

(12) DEMANDE INTERNATIONALE PUBLIÉE EN VERTU DU TRAITÉ DE COOPÉRATION
EN MATIÈRE DE BREVETS (PCT)

(19) Organisation Mondiale de la Propriété
Intellectuelle
Bureau international



(43) Date de la publication internationale
7 septembre 2001 (07.09.2001)

PCT

(10) Numéro de publication internationale
WO 01/65772 A1

(51) Classification internationale des brevets⁷ :
H04L 12/24, 12/26

(21) Numéro de la demande internationale :
PCT/FR01/00579

(22) Date de dépôt international :
28 février 2001 (28.02.2001)

(25) Langue de dépôt : français

(26) Langue de publication : français

(30) Données relatives à la priorité :
00/02656 1 mars 2000 (01.03.2000) FR

(71) Déposant (pour tous les États désignés sauf US) : IN-
RIA INSTITUT NATIONAL DE RECHERCHE EN
INFORMATIQUE ET EN AUTOMATIQUE [FR/FR];
Domaine de Voluceau, Boîte postale 105, Rocquencourt,
F-78153 Le Chesnay Cedex (FR).

(72) Inventeurs; et
(75) Inventeurs/Déposants (pour US seulement) : BAC-
CELLI, François [FR/FR]; 83, rue de Paris, F-92190
Meudon (FR). HONG, Dohy [FR/FR]; 5, rue de la Maison
Rouge, F-94120 Fontenay-sous-Bois (FR).

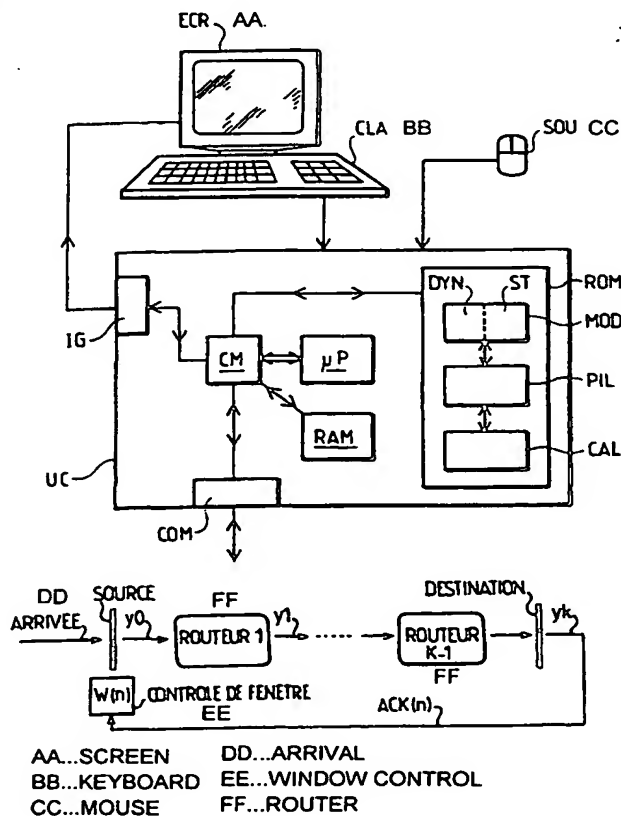
(74) Mandataire : PLAÇAIS, Jean-Yves; Cabinet Netter, 40,
rue Vignon, F-75009 Paris (FR).

(81) États désignés (national) : CA, JP, US.

[Suite sur la page suivante]

(54) Title: IMPROVED MONITORING AND SIMULATING OF COMPLEX SYSTEMS, IN PARTICULAR OF FLOW AND
CONGESTION MECHANISMS AND CONTROLS IN COMMUNICATION NETWORKS

(54) Titre : SURVEILLANCE ET SIMULATION PERFECTIONNEES DE SYSTEMES COMPLEXES, NOTAMMENT DE ME-
CANISMES ET DE CONTROLES DE FLUX ET DE CONGESTIONS DANS DES RESEAUX DE COMMUNICATION



(57) Abstract: The invention concerns a device and a method assisting in monitoring and/or simulating a complex system, in particular a telecommunication network. It consists in storing data in matrix form, of dynamically variable structure, with iterative multiplication in max-plus algebra of a current matrix of network data and an instantaneous matrix of the network parameters.

(57) Abrégé : L'invention concerne un dispositif et un procédé d'aide à la surveillance et/ou de simulation d'un système complexe, notamment d'un réseau de communication. On prévoit un stockage des données sous forme matricielle, de structure dynamiquement variable, avec une multiplication itérative dans l'algèbre MAX-PLUS d'une matrice courante de données de réseau et une matrice instantanée de paramètres du réseau.

WO 01/65772 A1



(84) États désignés (*régional*) : brevet européen (AT, BE, CH, CY, DE, DK, ES, FI, FR, GB, GR, IE, IT, LU, MC, NL, PT, SE, TR).

En ce qui concerne les codes à deux lettres et autres abréviations, se référer aux "Notes explicatives relatives aux codes et abréviations" figurant au début de chaque numéro ordinaire de la Gazette du PCT.

Publiée :

- avec rapport de recherche internationale
- avant l'expiration du délai prévu pour la modification des revendications, sera republiée si des modifications sont reçues

5 Surveillance et simulation perfectionnées de systèmes complexes, notamment de mécanismes et de contrôles de flux et de congestions dans des réseaux de communication

L'invention concerne la surveillance et la simulation de systèmes complexes.

10 Dans le cadre du contrôle de flux et de congestions dans des réseaux de communication, notamment de type internet, une analyse fine du débit offert est souhaitée pour estimer les influences respectives des paramètres du réseau.

15 Avec le développement des techniques de communications en ligne et les problèmes rencontrés, notamment de congestion, différents protocoles de contrôle de flux et de congestion ont vu le jour, notamment le contrôle TCP (de l'anglais "transmission control protocole").

20 On connaît des procédés d'analyse de ces protocoles. Parmi ces procédés connus, un procédé basé sur une expression mathématique adaptée du débit dans un protocole de type TCP a permis une approche analytique du contrôle. Le principe sur
25 lequel repose ce procédé est décrit notamment dans :

30 M. Mathis, J. Semske, J. Mahdavi and T. Ott, "The Macroscopic Behavior of the TCP Congestion Avoidance Algorithm", *Computer Communication Review*, 27(3), July (1997).

Ce procédé, quoique prometteur, a montré ses limites dans des applications pratiques, notamment le fait que le caractère aléatoire du trafic ne soit que partiellement pris en compte,
35 ou encore qu'il nécessite une approximation de tous les noeuds du réseau à un unique noeud équivalent, virtuel.

Un autre procédé connu, prenant mieux en compte l'approche stochastique, a permis d'appréhender le caractère aléatoire

du trafic. Ce procédé, plus récent, découle du principe décrit dans les travaux suivants :

5 Padhye, J., Firiou, V., Towsley, D. and Kurose, J.
 "Modeling TCP throughput: a simple model and its empirical validation", *Proc. of ACM SIGCOMM* (1998)

10 Padhye J., Firiou V., Towsley D., "A Stochastic Model of TCP Reno Congestion Avoidance and Control", *Technical Report*, 99-02, CMPSCI, Univ. of Massachusetts, Amherst (1999).

15 Cependant, ce procédé a aussi montré ses limites, notamment le fait qu'il nécessite encore une approximation de tous les noeuds du réseau à un noeud équivalent.

La présente invention vient améliorer la situation.

20 Selon une approche différente, l'invention propose d'utiliser une représentation dans l'algèbre dite "max-plus" de systèmes complexes, tels que des réseaux de communication et notamment du contrôle de flux et de congestions.

25 Pour obtenir le détail des principes mathématiques sur lesquels repose une telle représentation, on pourra se référer à l'ouvrage suivant :

30 F. Baccelli, G. Cohen, G.J. Olsder, and J.P. Quadrat, *Synchronization and Linearity*, Wiley (1992).

35 Globalement, l'algèbre max-plus scalaire est un semi-anneau sur la droite réelle où l'addition devient la fonction "max" (valeur la plus grande parmi un ensemble de valeur) et la multiplication, la fonction "plus" (somme). L'utilisation de l'algèbre max-plus permet de ramener les calculs d'un système compliqué à une simple représentation matricielle.

La Demanderesse a montré et vérifié en pratique que l'utilisation de l'algèbre max-plus s'adapte de façon très satis-

faisante à la surveillance et à la simulation de systèmes tels qu'un réseau de communications, contrôlé ou non. Elle permet notamment de surmonter le caractère aléatoire des paramètres du réseau, tout en considérant une pluralité de noeuds. De plus, la Demanderesse a montré que la représentation d'un réseau utilisant un protocole TCP était linéaire dans l'algèbre max-plus, ce qui permet, en pratique, d'appliquer des traitements de données simples.

- 10 La présente invention porte alors sur un dispositif d'aide à la surveillance et/ou de simulation d'un système complexe, notamment d'un réseau de communication.

15 Selon une première importante de l'invention, le dispositif comprend:

- une mémoire pour stocker de premières données représentatives de paramètres du réseau, ainsi que pour recevoir au moins de secondes données représentatives d'événements dans le réseau, une portion de ladite mémoire étant réservée au
- 20 stockage de données sous forme matricielle,
- un module de calcul, apte à effectuer sur au moins deux matrices de structure dynamiquement variable, une opération formant produit selon l'algèbre dite MAX-PLUS,
- un module de modélisation pour construire au moins une
- 25 première matrice et une matrice courante respectivement en fonction des premières données et des secondes données, selon un modèle choisi, et
- un module pilote pour appliquer répétitivement la première matrice et la matrice courante au module de calcul, la
- 30 matrice produit obtenue devenant une nouvelle première matrice.

Préférentiellement, les premières données comprennent des informations sur la topologie du réseau, telles que le nombre

35 de routeurs traversés par la connexion à surveiller ou à simuler, les propriétés de ces routeurs (tailles mémoires dites "buffers", ou autre), les propriétés statistiques des trafics offerts dans le réseau, etc.

Selon une autre caractéristique avantageuse de l'invention, le module de modélisation comprend :

- un sous-module de modélisation statique, pour construire la première matrice en fonction des premières données, et
- 5 - un sous-module de modélisation dynamique, pour construire au moins une matrice courante en fonction des secondes données.

10 Avantageusement, le dispositif de l'invention est apte à traiter des matrices comportant des coefficients dynamiquement variables, dont au moins la matrice courante précitée. Dans le traitement qu'effectue le dispositif selon l'invention, les matrices construites sont avantageusement de même dimension.

15 Ces secondes données comprennent préférentiellement des informations relatives à des pertes dans le réseau, à des flux transverses dans le réseau, par rapport à une connexion contrôlée à surveiller ou à simuler, à des congestions dans
20 le réseau, ou encore à des dépassements de délais dans le réseau dits "time-out".

Selon une autre caractéristique préférentielle avantageuse, la matrice produit obtenue est un vecteur représenté par une
25 matrice à colonne unique, ce qui permet de limiter les traitements et leur durée. La première matrice, représentative des paramètres du réseau, est avantageusement structurée au départ comme un vecteur.

30 Selon une seconde caractéristique importante de l'invention, la matrice produit obtenue est représentative d'un débit dans le réseau associé à la connexion à surveiller ou à simuler, d'un débit moyen dans le réseau, ou encore de fluctuations d'un débit instantané dans le réseau.

35 Selon une troisième caractéristique importante de l'invention, le module de modélisation est agencé pour construire successivement une pluralité de matrices, en nombre correspondant sensiblement au nombre de paquets dans le réseau.

Le modèle choisi comprend préférentiellement la considération de la taille variable d'une fenêtre utilisée pour contrôler le nombre de paquets dans le réseau.

- 5 Il peut s'agir d'un réseau contrôlé par un protocole de type TCP, comprenant typiquement des routeurs à discipline de type "premier arrivé premier servi", ou encore des routeurs à discipline de type WFQ (de l'anglais "weighted fair queuing"). Le protocole TCP contrôlant le réseau peut aussi bien
10 être basé sur un modèle de Reno ou un modèle de Tahoe, comme on le verra plus loin.

Le service du réseau peut être déterministe, ou encore aléatoire, comme on le verra en détail plus loin.

15

La présente invention vise aussi un procédé d'aide à la surveillance d'un système complexe, notamment d'un réseau de communication. Un tel procédé comprend globalement les étapes suivantes :

- 20 a) obtenir des premières données représentatives de paramètres du réseau,
b) construire une première matrice, selon un modèle choisi, en fonction desdites premières données,
c) recevoir, à un instant choisi, au moins de secondes
25 données représentatives d'événements dans le réseau,
d) construire au moins une seconde matrice de structure dynamiquement variable, selon le modèle choisi, en fonction des secondes données, et
e) effectuer sur lesdites matrices une opération formant
30 produit selon l'algèbre dite MAX-PLUS, la matrice produit obtenue étant représentative de l'état du réseau audit instant choisi.

35 S'il est souhaité de suivre une évolution temporelle de l'état du réseau à des instants choisis, le procédé comporte avantageusement l'étape supplémentaire suivante :

f) répéter, à des instants choisis, les étapes c), d) et e), tandis que la matrice produit obtenue devient la première matrice après l'étape e).

La présente invention vise aussi un procédé de simulation d'un système complexe, notamment de mécanismes et de contrôles de flux et de congestions dans un réseau de communication. Ce procédé comprend globalement les étapes suivantes :

- 5 a) obtenir des premières données représentatives de paramètres propres au réseau,
- b) construire une première matrice, selon un modèle choisi, en fonction desdites premières données,
- c) simuler des événements dans le réseau et prévoir au moins
- 10 de secondes données représentatives desdits événements,
- d) construire au moins une seconde matrice selon le modèle choisi, en fonction desdites secondes données, et
- e) effectuer sur lesdites matrices une opération formant produit selon l'algèbre dite MAX-PLUS, la matrice produit
- 15 obtenue étant représentative d'un état du réseau subissant lesdits événements.

- Pour prévoir une évolution de l'état du réseau en fonction des événements qu'il subit, ce procédé comporte avantageusement l'étape supplémentaire suivante :
- 20 f) répéter, pour des événements successifs, les étapes c), d) et e), tandis que la matrice produit obtenue devient la première matrice après l'étape e).

- 25 D'autres caractéristiques et avantages de l'invention apparaîtront à l'examen de la description détaillée ci-après, et des dessins annexés sur lesquels :

- 30 - la figure 1A représente schématiquement un dispositif au sens de la présente invention,
- la figure 1 représente schématiquement un nombre K de files en tandem dans un réseau, avec contrôle de flux,
- 35 - la figure 2A représente un exemple d'évolution pas-à-pas de dateurs et de la taille d'une fenêtre utilisée pour contrôler le nombre de paquets dans le réseau,

- la figure 2 représente des interactions entre plusieurs paquets dans le réseau,
- la figure 3 représente une variation du débit (courbe en traits pleins), obtenue par simulation, dans un réseau de protocole TCP basé sur le modèle de Tahoe sans la phase exponentielle,
- la figure 4 illustre une interprétation graphique des débits asymptotiques dans un réseau de protocole TCP basé sur le modèle de Reno avec délais déterministes,
- la figure 5 représente une variation du débit, obtenue par simulation et montrant une décroissance du débit en cas de pertes aléatoires dans le réseau,
- la figure 6 représente une variation du débit (courbe en traits pleins), obtenue par simulation, dans un réseau de protocole TCP basé sur un modèle de Reno markovien,
- la figure 7 représente des variations de débit comparées, obtenue par simulation, dans des réseaux de protocoles TCP basés respectivement sur un modèle de Reno déterministe RD (traits pleins), de Reno markovien RM (traits pointillés longs), de Tahoe déterministe TD (traits pointillés moyens) et de Tahoe markovien TM (traits pointillés courts),
- la figure 8 représente une variation du débit (courbe en traits pleins), obtenue par simulation, dans un réseau de protocole TCP basé sur un modèle de Tahoe avec phase exponentielle,
- la figure 9 représente des variations comparées de débits, obtenues par simulation, dans un réseau de protocole TCP basé sur un modèle de Tahoe avec des services s_3 et s_8 respectivement constants et égaux à 1, et

- la figure 10 représente schématiquement un réseau avec ses files et ses routeurs.

L'annexe I comprend les formules et équations E1 à E28
5 auxquelles la description détaillée ci-après fait référence.

L'annexe II comprend les références bibliographiques [1] à [13] indexées entre crochets dans la description ci-après.

10 Les dessins, les annexes et la description ci-après contiennent, pour l'essentiel, des éléments de caractère certain. Ils pourront donc non seulement servir à mieux faire comprendre la présente invention, mais aussi contribuer à sa définition, le cas échéant.

15

En se référant à la figure 1, le dispositif se présente sous la forme d'un ordinateur comprenant une unité centrale UC munie d'un microprocesseur μP qui coopère avec une carte-mère CM. Cette carte-mère est reliée à divers équipements, tels
20 qu'une interface de communication COM (de type Modem ou autre), une mémoire morte ROM et une mémoire de travail RAM (mémoire vive). La carte-mère CM est reliée en outre à une interface graphique IG, laquelle pilote l'affichage de données sur un écran ECR que comporte le dispositif. Il est
25 prévu en outre des moyens de saisie, tels qu'un clavier CLA et/ou un organe de saisie dit "souris" SOU, reliés à l'unité centrale UC et permettant à un utilisateur une interactivité avec le dispositif.

30 La mémoire ROM, ou encore la mémoire RAM stocke les premières données précitées, représentatives des paramètres du réseau (topologie, propriétés des routeurs, etc). Dans l'exemple, la mémoire RAM reçoit les secondes données précitées, représentatives d'événements dans le réseau (flux transverses, congestions, pertes, etc). Dans le cadre d'une aide à la
35 surveillance du réseau ces secondes données peuvent être reçues par l'interface de communication COM. Dans le cadre d'une simulation, l'acquisition de ces secondes données peut

être effectuée par un calcul basé sur un modèle de simulation, comme on le verra plus loin.

5 La mémoire RAM au moins peut être adressable en fonction de rangées et de colonnes de matrices et permettre ainsi un stockage de données sous forme matricielle.

10 La mémoire ROM comprend un module de modélisation MOD qui, en coopération avec le microprocesseur μP , permet de construire la première matrice précitée et une matrice courante, respectivement en fonction des premières données et des secondes données, selon un modèle choisi que l'on verra plus loin.

15 La mémoire ROM comprend un module CAL qui, en coopération avec le microprocesseur μP , permet d'effectuer sur au moins deux matrices de structure dynamiquement variable, une opération formant produit selon l'algèbre MAX-PLUS. Dans l'exemple, on entend par "matrices de structure dynamiquement
20 variable", des matrices dont les coefficients au moins sont dynamiquement variables. Avantagusement, les modèles qui seront décrits ci-après permettent de ramener les matrices construites (et plus particulièrement les matrices courantes) à des matrices dont seuls les coefficients sont dynamiquement
25 variables.

Le module de modélisation MOD comprend alors :

- un sous-module de modélisation statique ST, pour construire la première matrice en fonction des premières données, et
30 - un sous-module de modélisation dynamique DYN, pour construire, en fonction des secondes données, au moins une matrice courante dont les coefficients sont dynamiquement variables.

35 La mémoire ROM comprend en outre un module PIL qui, en coopération avec le microprocesseur μP , permet d'appliquer répétitivement la première matrice précitée (comprenant les premières données) et la matrice courante (comprenant les secondes données) au module de calcul CAL. La matrice produit

obtenue est stockée en mémoire et devient une nouvelle première matrice. Elle peut être ensuite multipliée (dans l'algèbre MAX-PLUS) à une autre matrice courante, comportant de nouvelles secondes données représentatives de nouveaux événements dans le réseau.

Diverses approches ont été proposées pour appréhender les propriétés clés du mécanisme de contrôle de flux à fenêtre du type TCP à partir notamment de considérations heuristiques, de simulations, d'approximations fluides ou encore d'analyses markoviennes références [10,11,1,12,13,14]. Tous les modèles analytiques sont basés sur la réduction du réseau à un seul noeud représentant le goulot d'étranglement [9].

Par ailleurs, il a été récemment démontré que le contrôle de flux à fenêtre d'un réseau multidimensionnel admet une représentation max-plus linéaire lorsque la taille de la fenêtre est constante (référence [5]). Ici, le Demandeur s'est intéressé préférentiellement aux modèles qui combinent le mécanisme de contrôle adaptatif de TCP et un réseau multidimensionnel constitué de plusieurs routeurs en série. La dynamique d'un tel réseau contrôlé est avantageusement décrite au niveau "paquets" via des itérations de produits matriciels dans l'algèbre max-plus. On considère ici à la fois le cas où les temps de transmission des paquets sont déterministes et les divers modèles stochastiques qui ont été utilisés dans l'état de la technique, en particulier, les cas où il y a des pertes aléatoires en plus des pertes dues au dépassement de la capacité des mémoires tampons (ou "buffers"), et avantageusement le cas où les temps de transmission des paquets sont aléatoirement perturbés par les autres trafics.

Beaucoup d'aspects clés du protocole peuvent être représentés: pertes de congestion, pertes aléatoires, délais (ou "time-outs") de propagation ou délais dus aux attentes ou encore au mécanisme de contrôle de flux, etc. Comme on le verra plus loin, cette approche permet d'obtenir des formules explicites pour le débit maximum alloué, lorsque les pertur-

bations sont déterministes ou aléatoires. Ces formules sont asymptotiquement compatibles avec les formules connues lorsque la taille maximale de la fenêtre tend vers l'infini.

- 5 De plus, la présente invention permet d'analyser les fluctuations instantanées et aléatoires du débit, ce qui peut être utile pour estimer la qualité de service offerte à une connexion. Elle s'adapte aussi bien pour des simulations efficaces de la dynamique d'une session TCP opérant sous
- 10 contrôle, de bout-en-bout, sur un réseau de grande dimension.

- Ci-après, il est donné une représentation max-plus générale du modèle de base qu'utilise la présente invention. Ensuite,
- 15 les services déterministes avec une évolution déterministe puis markovienne de la taille de la fenêtre sont décrits. Le Demandeur a montré que pour ces modèles déterministes, le débit ne dépend que du temps aller-retour "round trip time" ou RTT et de la bande passante (ou "bandwidth"). Des variantes et extensions du modèle déterministe ont été aussi mises
- 20 en oeuvre, notamment :
- le cas des pertes aléatoires en plus des pertes de congestion;
 - un suivi détaillé de la taille du buffer et des pertes de
 - 25 congestion;
 - le cas de services aléatoires;
 - le cas en présence de time-outs.

- Les extensions du modèle déterministe conduisent toutes à des
- 30 formules analytiques ou à de nouveaux principes de simulations basés sur le calcul du produit d'un grand nombre de matrices. En particulier, le Demandeur a montré que le coût de la simulation par cette approche de la transmission de n paquets sur K routeurs est avantageusement en $2n(KW_{\max})^2$, où
- 35 W_{\max} est la taille maximum de la fenêtre.

L'"algèbre" max-plus scalaire est un semi-anneau sur la droite réelle où l'on remplace l'addition par max (notée \oplus) et la multiplication par plus (notée \otimes). La loi \otimes est

distributive par rapport à la loi \oplus , ce qui permet d'étendre les concepts usuels de l'algèbre linéaire à ce cadre, et en particulier la théorie des matrices. Ce semi-anneau est noté $(R_{\max}, \oplus, \otimes)$, où R_{\max} est la droite réelle complétée avec moins l'infini, qui est l'élément neutre de \oplus . Par la suite, l'ensemble des matrices carrées de dimension d dans cette algèbre est noté $(R_{\max}^{d,d}, \oplus, \otimes)$, où les deux opérations \oplus et \otimes , lorsqu'elles sont appliquées à des matrices, sont liées par la relation E1 de l'annexe I.

10

Pour plus de détails sur cette algèbre, qui est également utilisée pour des garanties QoS dans les réseaux, on pourra se référer à [2] ou [6] dans les références données à l'annexe II.

15

Dans un réseau PAPS, de type "premier arrivé, premier servi", avec K files en tandem, le n -ième client arrivant à la station i reçoit un service $\sigma_i(n)$. Dans le contexte de TCP, ce réseau modélise une seule source envoyant des paquets vers une seule destination, à travers un chemin composé de K routeurs. La variable $\sigma_i(n)$ est le retard aléatoire causé par le trafic transversal (les autres utilisateurs) au niveau du routeur i sur le n -ième paquet. Ce retard n'inclut pas les délais d'attente, mais seulement le ralentissement de la vitesse du serveur dû à la présence du trafic transverse. Le délai de propagation du n -ième paquet entre les routeurs i à j est noté ci-après $d_{i,j}(n)$.

20

25

30

Le débit du flux d'entrée est contrôlé par une fenêtre dynamique $W(n)$, dont la taille est égale au nombre total de paquets envoyés par la source à un instant donné et n'ayant pas atteint la destination (ou plus précisément les paquets qui n'ont pas encore été "acquittés").

35

La taille de la fenêtre a une évolution générale définie par la récurrence E2 donnée en annexe.

Dans les équations E2, $ACK(n)$ est le signal de contrôle de flux/congestion donnant l'information sur l'état du système au temps n et où f est une fonction précisée ci-après.

- 5 Par exemple, $ACK(n)=1$ si aucune congestion (ou aucune perte de paquet) n'est observée par le n -ième paquet, sinon $ACK(n)=0$. Par la suite et dans certains cas, f est supposée dépendre aussi de W_s , qui est, pour les modèles TCP, le seuil qui sépare la phase de croissance exponentielle (dite "slow-start phase") de la phase de croissance linéaire (dite "congestion-avoidance phase").
- 10

La relation de récurrence (donnée en annexe par E3) définit une taille de référence de la fenêtre. La taille effective est alors définie comme la partie entière de la taille de référence, selon l'équation E3 de l'annexe.

15

La taille maximale de la fenêtre est supposée finie et notée w^* (voir l'équation E4 de l'annexe).

20

De plus, l'évolution de la taille de la fenêtre peut être décomposée en deux phases qui dépendent de $ACK(n)$ de la façon suivante: une phase de croissance définie par E51 et une phase de décroissance définie par E52.

25

Dans le modèle décrit ici, $ACK(n)$ (valant 0 ou 1) est le signal d'acquiescement du n -ième paquet qui détecte un état de congestion ou une perte de paquet. Les exemples usuels de la politique idéale de l'évolution de la fenêtre sont donnés par les équations E61 à E67 de l'annexe, dans lesquelles le réel α est compris entre 0 et 1, strictement. Les relations E61 et E62 sont données respectivement pour des phases exponentielle et linéaire.

30

35 Dans les exemples suivants, la valeur de α est fixée à $1/2$.

La file à l'entrée est considérée ci-après comme saturée (même si le cas non-saturé peut être intégré facilement, comme on le verra plus loin). Le réseau se comporte alors

comme un réseau fermé et son débit donne le taux maximum auquel la source peut envoyer des paquets tout en gardant un buffer d'entrée stable. On pourra se référer à l'article [5] donné en annexe des références pour plus de détails sur ce cas.

On se réfère à la figure 1 montrant K files en tandem, avec contrôle de flux. $x_i(n)$ est la date à laquelle le n-ième paquet arrivant au routeur i commence son service sur ce routeur.

$y_i(n)$ est la date à laquelle le n-ième client quitte le routeur i. Par les Formules E7 de l'annexe, on en déduit le vecteur $Z(n)$, dit "vecteur des dateurs" par la suite.

Les variables M_i , i appartenant à $\{1, \dots, w^*\}$, sont des matrices données de $(R_{\max}^{k,k})$. ϵ est la matrice de $(R_{\max}^{k,k})$ dont tous les éléments sont égaux à moins l'infini. Ci-dessous, on note $(M_1 | M_2 | \dots | M_{w^*})$ la matrice de $(R_{\max}^{Kw^*, Kw^*})$ définie par blocs de taille $k \times k$. Le Demandeur a montré que tous les blocs sont égaux à la matrice ϵ de $(R_{\max}^{k,k})$, sauf pour la première ligne de blocs qui est égale à M_1, M_2, \dots, M_{w^*} . Le Demandeur a montré aussi que si initialement le système est vide, l'évolution du vecteur des dateurs $Z(n)$ est donnée par la récurrence max-plus linéaire E8.

Dans la formule E8, D est la matrice de dimension Kw^* dont tous les éléments sont égaux à moins l'infini sauf ceux de la forme $D_{K+i,i}$ (avec i appartenant à $\{1, \dots, k(w^*-1)\}$) qui sont tous égaux à 0.

On peut définir l'exposant de Lyapunov de la station k par la limite de l'expression $y_k(n)/n$ quand n tend vers plus l'infini. A cause de la monotonie, il est clair que cette limite est indépendante de k . Cette propriété est plus généralement vraie sous l'hypothèse d'irréductibilité définie dans la référence [8].

Au niveau de la représentation décrite ici, le contrôle d'erreur n'est pas pris en compte et aucune différence n'est marquée entre les paquets originaux et les paquets retransmis. En particulier, il n'est pas encore établi de distinction entre le "send rate", throughput" ou "goodput" au sens de la référence [13].

L'équation E8 est, dans cette réalisation, la base du schéma de simulation algébrique auquel il était fait allusion ci-avant. Comme les matrices $A_{wn-1}(n)$ sont de dimension Kw^* , et comme seuls les produits matrice-vecteur sont nécessaires, on peut simuler la transmission contrôlée de n paquets à travers le réseau en $2n(Kw^*)^2$ opérations sur un seul processeur.

La figure 2A représente un exemple d'évolution pas-à-pas explicite des dateurs et de la taille de la fenêtre ($K=5$ avec $(\sigma_1, \dots, \sigma_5) = (1, 1, 2, 1, 1)$ et $w^* = 4$). L'évolution de la taille de la fenêtre est déterministe (TCP Tahoe sans la phase de "slow start", soit $(w_1, w_2, w_3, \dots) = (1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 1, 2, 2, \dots)$)).

Par exemple, le paquet # 5 correspond à la taille de la fenêtre 3, ce qui est noté 5(3) sur la figure 2A. Ainsi, juste après la transmission du paquet # 5, trois paquets dans le réseau n'ont pas encore été "acquittés". Comme le montre la figure 2A, les retards imposés aux paquets (voir par exemple le paquet # 6) dans les routeurs internes peuvent être assez compliqués.

Pour la simplicité de la présentation, on considère d'abord le cas où tous les délais de propagation $d_{i,j}(n)$ valent 0, et ensuite une adaptation pour couvrir le cas de délais de propagation non nuls.

Dans une première approximation, les services $\sigma_i(n)$ sont tous déterministes et constants (σ_i). La congestion est normalement détectée par la politique de la formule E9.

Cette détection peut être interprétée comme donnant le taux de service $1/\sigma^*$ du goulot d'étranglement du réseau et S , un temps d'aller-retour RTT. On détecte donc une congestion quand le taux d'émission moyen (w_n/RTT) atteint le taux du goulot d'étranglement. Pour le modèle à fenêtre statique, w^* est la taille de la fenêtre optimale donnée par le produit : bande passante \times délai (référence [9]).

Le Demandeur a montré que, dans ces conditions, w^* est donné par la formule E10 et que w_n devient périodique avec une période T qui peut être décomposée en $t_1+t_2+\dots+t_{w^*}$, où t_i est le nombre d'occurrences de $w_n = i$ pendant une période.

En considérant d'abord le modèle TCP Tahoe sans la phase exponentielle, sous la politique E9, il peut être déduit les formules E11 de l'annexe. La matrice H (formule E12) est irréductible et sa valeur propre est égale à $nS+\sigma^*$. Le Demandeur a aussi montré que si tous les délais sont déterministes, cette valeur propre est donnée par la formule E13.

Par conséquent, le débit dépend des délais $(\sigma_1, \dots, \sigma_k)$ seulement à travers S et σ^* et ce débit est donné par la formule E14. Ainsi, le débit asymptotique devient $1/(2\sigma^*)$ quand w^* tend vers plus l'infini.

Sur la figure 2 (où l'on suppose que $w^* = 6$) l'évolution pas-à-pas de la date d'entrée $y_0(n)$ et de la date de départ $y_k(n)$ (du paquet # n) sont représentées. Les propriétés algébriques ci-avant s'interprètent comme suit.

Avant la détection de congestion, les paquets envoyés se comportent comme s'il n'y avait aucune interaction entre eux, sauf pour le couple de paquets envoyés en même temps lorsque la taille de la fenêtre croît d'une unité. Pour ces derniers paquets, le second paquet quitte toujours la station K avec un délai de σ^* par rapport au premier. On peut donc lire directement la valeur propre $5S+6\sigma^*$ sur l'évolution graphique.

Le débit de saturation pour le TCP Tahoe avec la phase exponentielle est donné par la formule E15 et le débit asymptotique (w^* infini) est donné par E16.

5 La figure 3 représente l'allure du rapport $n/y_4(n)$ (traits pleins) et de W_n (traits pointillés) dans les conditions suivantes : TCP Tahoe sans la phase exponentielle avec quatre files en tandem ($\sigma_1=3,2$; $\sigma_2=4,61$; $\sigma_3=2,7$; $\sigma_4=4,61$ et $w^*=4$). Le
10 débit de saturation est égal à 0.140084 en utilisant la formule E14.

Une évolution périodique déterministe de TCP Reno a été considérée dans la référence [11] pour obtenir une valeur heuristique du débit. La représentation max-plus ci-dessus
15 conduit à une nouvelle Formule qui raffine celle de [11].

Si tous les délais sont déterministes, le débit de saturation ne dépend que de S et de σ^* et il est donné par les formules E17 de l'annexe.

20 En se référant à la figure 4, les débits asymptotiques (cas 1, cas 2, cas 3) s'obtiennent de manière assez intuitive à partir de l'approximation fluide de l'évolution de la taille de la fenêtre.

25 On appelle $d_0=1/\sigma^*$ le débit correspondant à $w_n = w^*$ (cas 0) ; lorsque w_n augmente linéairement à partir de 1, le volume du débit, qui est proportionnel à l'intégrale de $W(t)$ sur une période, est bien $1/2 \cdot d_0$ (cas 1); lorsque w_n augmente
30 linéairement à partir de $w^*/2$, le volume du débit diminue d'un facteur de $3/4$ (cas 2).

La formule bien connue du débit d'une connexion TCP en fonction du taux de perte p_{perte} et du temps aller-retour RTT est de la forme donnée par la référence [11] et retranscrite
35 par :

$$\text{débit} = c_0 / (\text{RTT} \cdot (p_{\text{perte}})^{1/2})$$

où c_0 est une constante réelle.

Pour le modèle déterministe ci-avant, avec $RTT=S$, les valeurs de P_{perte} selon les différents cas (C1, C2, C3) s'expriment selon les formules E18.

- 5 Par conséquent, pour les grandes valeurs de w^* (ou les petites valeurs de P_{perte}), la formule asymptotique coïncide bien avec celle de la référence [11].

10 Le Demandeur a vérifié que tous les résultats ci-dessus sont vrais pour des délais de propagation $d_{i,j}$ constants à condition de remplacer la valeur de S par celle de la formule E19 de l'annexe.

15 Pour les modèles déterministes, le débit obtenu peut être comparé à celui simulé par un simulateur (par exemple de type NS) en choisissant une taille de paquet arbitraire et en prenant une vitesse de service du routeur i correspondant à σ_i . Les écarts entre les débits obtenus par la simulation NS et par les formules ci-avant ne peuvent provenir ici que de
20 différences sur les mécanismes de détection de la perte par congestion, ou du fait que la partie entière de $W(n)$ dans f (comme dans la référence [9]) est seule considérée ici, tandis que NS utilise $W(n)$. En effet, pour tous les modèles déterministes avec la même évolution périodique de $W(n)$, les
25 évolutions sont exactement les mêmes. Par exemple, un protocole TCP simulé sur NS avec une source de type ftp donne, pour $K=10$, une taille d'un paquet égale à 1250 (40 pour les accusés de réception), et une taille des buffers égale à 2. Tous les délais $d_{i,j}$ sont égaux à 0.1ms sauf d_{K0}
30 qui est égal à 1ms. La vitesse de service vaut (10,5,4,2,5,4,5,5,4,5,5)Mb/s pour les liens 0-1,...,9-10,10-0. A $t=100s$, le simulateur NS donne 152.27 paquets/s. Pour cet exemple, $S=25,5$ ms et $\sigma^*=5$ ms; donc, par la formule E15 on aurait 134 paquets/s. Cependant, w^* est en fait égal à 7 dans
35 la simulation NS au lieu de 6 dans le modèle décrit ici. Un RTT est nécessaire pour détecter une temporisation dite "triple-acks" sur ce modèle NS. En évaluant le débit avec la formule E15 et $w^*=7$, on a 152.55 packets/s.

Enfin, pour tous les modèles déterministes, la suite $\{w_n\}$ est déterministe, et on peut donc calculer l'évolution du débit d'émission de manière exacte à partir des produits de matrices max-plus correspondants.

5

On décrit ci-après un modèle de Markov avec services déterministes.

Les services sont considérés tous comme déterministes.

10

Maintenant, $W(n)$ est supposée évoluer indépendamment des autres éléments du réseau par la matrice de transition markovienne P donnée par les formules suivantes :

- pour tout n entier,

15

. si $w(n) < w_{\max}$, $w(n+1) =$
 $w(n)$ avec probabilité p_0
 $h(w(n))$ avec probabilité p_+
 $g(w(n))$ avec probabilité p_-

20

. si $W(n) = w_{\max}$, $W(n+1) = g(w(n))$ avec probabilité 1,

où $h(W(n)) > W(n)$, $g(W(n)) < W(n)$ et où w_{\max} est arbitraire.

25

Si tous les services sont déterministes, pour toute évolution markovienne de $W(n)$ avec la structure ci-dessus, le débit ne dépend des délais qu'à travers S et σ^* . De plus, l'exposant de Lyapunov γ (l'inverse du débit) est de la forme donnée par la formule E20 dans laquelle π est la probabilité stationnaire de l'ensemble A .

30

Dans le cas où les deux transitions sont possibles, w^* peut être défini par la politique E9 et $w_{\max} = w^*$, avec la politique E21 de l'annexe. Ce modèle peut être comparé à celui de la référence [12], où une probabilité de perte globale est utilisée pour capturer en même temps les time-outs (TO) dus aux pertes des paquets et les triple-duplications des ACKs (TD) dus à la congestion. Dans le modèle décrit ici, ces deux mécanismes sont au contraire décrits séparément; les pertes

35

de paquets qui génèrent les TO constituent une suite i.i.d. (indépendante et identiquement distribuée), indépendante de tous les autres éléments du réseau et sont capturées par le paramètre p_- ; les pertes dues à la congestion sont capturées par le paramètre w^* .

On montre que pour TCP Tahoe avec une évolution markovienne comme ci-dessus (c'est-à-dire avec E21 et $g(W(n))=1$), le débit est donné par les formules E22.

10

Le Demandeur a vérifié que $p_- = 0$ correspond au cas de TCP Tahoe déterministe (sans la phase exponentielle). Par ailleurs, si les pertes de paquets sont liées à la congestion d'une façon qui est en moyenne similaire à celles du cas du TCP Tahoe déterministe, le paramètre C_0 vaut 60%. Donc, la dégradation des performances peut être significative (approximativement 15%) lorsque qu'on passe du modèle déterministe (où $C_0 \approx 0,71$) au modèle markovien. L'impact des TO sur les performances a déjà été remarqué par exemple dans les références [13,10]. L'influence prépondérante de p_- sur la probabilité de perte globale peut être quantifiée à partir du modèle analytique ci-avant comme suit.

20

La probabilité de perte globale de ce modèle est donnée par :

25

$$\mu(w^*) + p_-(1 - \mu(w^*)) = \mu(1)$$

où $\mu(w^*)$ est la perte due à la congestion et $p_-(1 - \mu(w^*))$ est la perte due aux TO.

Pour $\mu(1)$ fixé, la Figure 5 montre la décroissance du débit en p_- ($\sigma^*=1$ et $S=w^*-1$).

30

On voit là dans quelle mesure l'impact des pertes par TO est prépondérant par rapport aux pertes dues à la congestion.

35

En appliquant les modèles ci-avant aux mémoires tampons (ou "buffers") d'un réseau, des résultats similaires sont obtenus pour des modèles du type TCP Reno et aussi pour des modèles

basés sur une évolution markovienne de la taille de la fenêtre avec trois transitions (ou plus).

5 Par exemple, soit $K=4$ avec $\sigma_1=3,2$; $\sigma_2=4,61$; $\sigma_3=2,7$; $\sigma_4=4,61$,
et $w_*=4$. La Figure 6 montre l'évolution de $n/y_4(n)$ et w_n pour
TCP Reno markovien avec $(p_+, p_0, p_-) = (0.8, 0.1, 0.1)$.

La Figure 7 montre les débits de TCP Reno et TCP Tahoe dans
les cas déterministe et markovien ($(p_+, p_0, p_-) = (0.8, 0.1, 0.1)$).
10 Dans le cas déterministe, les débits sont égaux à 0.140084
(Tahoe) et 0.172166 (Reno). Les débits du modèle déterministe
semblent supérieurs à ceux des modèles markoviens.

Pour des buffers finis, des files en tandem avec des services
15 déterministes et avec une taille du buffer fixe b pour toutes
les stations sont d'abord considérées. Dans ce cas, d'après
la formule de Little, il est naturel de définir la détection
de la congestion par la formule E23.

20 Ce modèle conduit encore à un comportement déterministe et
périodique de W_n et à une analyse similaire à celle décrite
ci-avant. On remarque que le modèle de la politique E9 est un
cas particulier de E23 avec la taille du buffer $b=1$.

25 Pour des services aléatoires, des files en tandem avec des
services aléatoires et avec une taille du buffer fixe b pour
toutes les stations sont maintenant considérées. Les supports
des temps de service sont supposés bornés.

30 On considère alors les relations E24 exprimées en annexe.

$W(n)$ a une évolution déterministe lorsque $W(n)$ appartient à
 $\{1, \dots, b\}$ et une évolution aléatoire lorsqu'il appartient à
 $\{b+1, \dots, b+k\}$. L'interprétation de ce modèle est la suivante:
35 pour une évolution de la taille de la fenêtre du type TCP, la
date de début de la congestion est le moment où

$$w(n) = S(n)/\sigma^*(n)$$

Ensuite, une perte de paquet a lieu lorsque le nombre de paquets dans le système dépasse la taille du buffer, ce qui correspond sensiblement à l'événement $W(n) = b + r(n)$.

- 5 Une autre interprétation est la suivante: b est une taille arbitraire (par exemple, la moitié de la taille réelle du buffer) telle que si le nombre des paquets en attente dépasse ce seuil, la congestion est détectée.
- 10 Sous la politique E24, si les vecteurs de temps de service $\sigma_1, \dots, \sigma_k$ sont i.i.d. en n , le débit de TCP Tahoe sans phase exponentielle est donné par l'expression E25 où 0 est le vecteur $(0, \dots, 0)^t$ de $R^{k,1}$.
- 15 Les mécanismes de time-out peuvent être pris en compte, par exemple, par la condition $S(n) > T0$ ou par la condition:
$$y_k(n) - y_k(n-n-1) > T0.$$

Par exemple, dès que $Z(n)$ est markovien et que le support D des valeurs absolues $\{y_k(n) - y_k(n-w_{n-1})\}$ est fini, on retrouve la même structure régénérative comme ci-dessus. La loi d'un cycle de régénération $T1$ peut être explicitement calculée par la récurrence E26 de l'annexe.

- 25 Cette formule de récurrence est valide pour $n < W_{\max}$. Ainsi, on peut obtenir une formule pour le débit en utilisant le théorème ergodique pour les processus régénératifs comme ci-dessus.
- 30 L'homme du métier peut obtenir une formule similaire pour TCP Tahoe avec phase exponentielle ou TCP Reno, et aussi pour diverses extensions du modèle ci-dessus en incluant des pertes de paquets comme suivant la formule E21 ci-avant.
- 35 Dans un autre exemple, où l'on considère quatre files en tandem avec une taille du buffer $b=50$ et avec une distribution multinomiale indépendante pour les services, la figure 8 montre l'évolution de $n/y_4(n)$ et $W(n)$ pour le modèle TCP

Tahoe avec la phase exponentielle et avec $b = 50$. Les $\sigma_i(n)$ sont i.i.d. et mutuellement indépendantes, à valeurs dans $\{1, 5, 10\}$ avec des probabilités respectives de 0.3, 0.4, 0.4.

- 5 La figure 9 montre une comparaison des débits de deux TCP Tahoe avec la phase exponentielle: $b = 10$ et $K=10$. Dans le premier cas, $\sigma_3(n)=1$ et $\{\sigma_j(n) \text{ (avec } j \neq 3)\}$ est une suite i.i.d., à valeurs dans $\{1, 10, 20\}$ avec les probabilités respectives 0.3, 0.2, 0.5. Dans le second cas $\sigma_8(n)$, est
10 constant égal à 1 et les autres services sont comme ci-dessus.

Le calcul des débits au moyen de la formule E25 montre que la permutation des caractéristiques de deux routeurs peut
15 changer la valeur du débit. Donc, déjà dans ce cas, le modèle ne peut être réduit à un modèle avec un seul serveur, celui du goulot d'étranglement. Il convient de noter aussi que la connaissance des valeurs moyennes est insuffisante pour prédire la valeur du débit moyen.

20 Le modèle décrit ci-avant trouve de nombreuses applications, notamment :

- relativement à la loi des débits instantanés qui, dans le
25 cadre de la formule E20, est égale à l'expression E27 de l'annexe : c'est une valeur importante qui peut définir un indicateur naturel de QoS en complément de la valeur moyenne;

30 - la loi des délais bout-en-bout (formule E28) ;

- la loi du temps T nécessaire à la transmission d'un fichier de taille F ; en première approximation, cette loi est donnée par la relation: $P(T > t) = P(y_K(F) > t)$, mais une formule plus
35 précise peut être donnée en prenant en compte des retransmissions de paquets perdus.

Dans ce cadre, les problèmes suivants peuvent être traités au moins dans le cadre de la simulation algébrique:

- les modèles ouverts (où la source n'est pas saturée: HTTP au lieu de FTP) où le processus des arrivées est décrit par ses caractéristiques statistiques;

5 - les connexions multiples et les interactions entre plusieurs utilisateurs;

10 - les connexions multipoints à travers un réseau avec une structure arborescente au lieu d'une structure linéaire de routeurs en série (voir la référence [7] pour le cas à fenêtre constante).

15 Quelques précisions sont données ci-après sur la structure d'un simulateur algébrique qui permettrait de prévoir les performances de TCP ou d'autres mécanismes de contrôle de flux issus de TCP dans des réseaux IP existant déjà ou en cours de conception.

20 Le principe de base de ce simulateur est l'analyse d'une connexion contrôlée. La simulation de cette connexion commence par l'acquisition des données concernant le réseau:

25 - nombre des routeurs traversés par la connexion, caractéristiques de chacun des routeurs: capacité en Mb/s, taille des buffers b_i , prévisions, etc;

- délais de propagation sur chacun des liens ($d_{i,i+1}$);

30 - caractéristiques statistiques des flux transverses F_i lorsque ces dernières sont connues (comme par exemple dans le cas des routeurs du backbone Internet);

- caractéristiques statistiques du trafic offert par la connexion contrôlée;

35 - caractéristiques statistiques des trafics offerts par les autres flux en compétition avec la connexion contrôlée sur le routeur d'accès.

Ces caractéristiques apparaissent sur la figure 10.

On construit alors en fonction de ces données et des caractéristiques de la version de TCP choisie (ou de l'algorithme de contrôle de flux retenu) un simulateur algébrique qui consiste en la construction pas à pas des matrices A_{wn} ci-avant et le calcul par récurrence des dateurs du système comme indiqué.

- 10 On déduit de l'analyse mathématique qui a été présentée ci-avant que l'on peut calculer à partir de la simulation les principales caractéristiques de l'effet de TCP sur la connexion contrôlée (débit moyen, débit moyenné sur une période de temps donnée, fluctuations du débit instantané etc).

Pour compléter cette description du simulateur, quelques indications sur la manière de prendre en compte certains mécanismes fins sont données ci-après.

20

Pour un routeur i , soit b_i la taille de son buffer par flux; la détection du dépassement de cette capacité se fait par la condition suivante sur les dateurs:

$$x_i(n+b_i) \leq y_i(n)$$

25

Comme déjà indiqué, les mécanismes précis des time-outs peuvent être pris en compte par la condition :

$$y_K(n) - y_K(n-w_{n-1}) > T0$$

- 30 Cette formulation vaut aussi lorsqu'il y a évolution de $T0$ lui-même (dans certaines versions, la variable $T0$ est mise à jour à chaque timeout: $T0$ est doublé en cas de timeout, jusqu'à ce qu'on atteigne 64 fois la valeur d'initialisation). La présente invention peut s'appliquer à l'estimation des variations et aux adaptations de la fenêtre dans le cadre max-plus linéaire. Les variations et adaptations de la variable $T0$ sont de nature semblable et sont donc aussi représentables dans ce cadre.

Dans certaines versions de TCP, il est recommandé de procéder au regroupement des accusés de réception. On attend par exemple que trois paquets soient arrivés à la destination pour renvoyer un seul accusé pour les trois paquets. Ceci
5 peut aussi être représenté au moyen d'un chaînage de deux mécanismes de fenêtre variable, et rentre assez naturellement dans le cadre d'une description max-plus linéaire.

Un mécanisme de scheduling dans un routeur (par exemple
10 premier arrivé premier sorti "FIFO" (ou Weighed Fair Queueing) avec éventuellement des différenciations de services) peut être représenté dans cette simulation par la prise en compte de l'influence de ce mécanisme sur les durées de service $\sigma_i(n)$; une fois calculées en fonction du trafic
15 transverse, du trafic de la connexion contrôlée et du mécanisme de scheduling, ces durées aléatoires peuvent être injectées dans le simulateur.

Pour des infrastructures de réseaux d'accès en cours de
20 conception, on ne peut évidemment pas mesurer les caractéristiques statistiques des trafics transverses sur les routeurs d'accès. En supposant qu'on dispose d'une description statistique du trafic offert prévu sur les routeurs d'accès de ce réseau (par exemple N trafics HTTP), on peut
25 alors utiliser le simulateur pour calculer le trafic transverse inconnu comme un point fixe du système: soit t la loi du trafic de la connexion contrôlée observé au niveau du routeur d'accès; t doit être tel que si on prend comme trafic offert sur la connexion contrôlée celui d'une session HTTP,
30 - le trafic de la connexion contrôlée observé sur le routeur d'accès a pour loi t ; et
- le trafic transverse observé en ce point est la somme de N trafics de loi t .

35 Ainsi, dans les réseaux saturés ou non, le mécanisme de contrôle en feedback adaptatif de TCP est un feedback linéaire dans l'algèbre max-plus. Ceci conduit à une représentation simple de l'effet de ce protocole sur un réseau quelconque qui admet lui-même une représentation max-plus en

l'absence du contrôle, comme c'est le cas par exemple pour les files en tandem ou les réseaux fork-join que l'on trouve dans les arbres multipoints.

- 5 Les formules ci-avant confirment que dans ce cas, le débit ne dépend que du RTT et du taux du goulot d'étranglement. De nouvelles formules ont aussi été obtenues lorsque les services sont aléatoires. Les aléas représentent ici l'effet du reste du trafic sur la connexion contrôlée. Dans ce cas,
10 le débit ne peut pas être obtenu seulement à partir de considérations en moyenne, et que l'ordre et le comportement statistique fin des routeurs ne peuvent être ignorés.

- L'ensemble des modèles entrant dans ce cadre est très riche:
15 - on peut en effet choisir des services déterministes ou aléatoires, un contrôle de flux basé sur la perte ou congestion;
- les pertes peuvent provenir de la congestion ou des timeouts, ou être aléatoire, ou encore être une combinaison de
20 ces trois possibilités;
- une version de Reno ou Tahoe peut être choisie, avec ou sans la phase exponentielle etc.

- La présente invention trouve des applications intéressantes
25 dans l'analyse de ces quelques combinaisons, puisque toutes les combinaisons peuvent être en principe analysées dans ce cadre.

- Plus généralement, l'invention définit un cadre générique
30 pour la simulation des protocoles du type TCP sur des réseaux qui peuvent être grands. La simulation est basée sur un traitement simple qui exploite la linéarité et qui a une complexité maîtrisée.

- 35 Bien entendu, l'invention ne se limite pas à la forme de réalisation décrite ci-avant à titre d'exemple; elle s'étend à d'autres variantes qui restent néanmoins définies dans le cadre des revendications ci-après.

$$E1 : (A \oplus B)_{ij} = A_{ik} \oplus B_{kj} = \max(A_{ik}, B_{kj}), \quad (A \oplus B)_{ij} = \bigoplus_{1 \leq k \leq d} A_{ik} \oplus B_{kj} = \max_{1 \leq k \leq d} A_{ik} + B_{kj}.$$

$$E2 : W(0) = 1, \quad W(n+1) = f(W(n), ACK(n)),$$

$$E3 : w_n = (\text{int}) W(n) = \lfloor W(n) \rfloor.$$

$$E4 : w^* = \max_{n \in \mathbb{N}} w_n = (\text{int}) W_{\max} = \lfloor W_{\max} \rfloor$$

$$E51 : \{n : ACK(n) = 1\}, \quad 0 \leq f(W(n), 1) - W(n) \leq 1,$$

$$E52 : \{n : ACK(n) = 0\}, \quad 1 \leq f(W(n), 0) \leq W(n).$$

TCP, Tahoe:

$$E61 : f(W(n), 1, W_s(n)) = W(n) + 1; \quad W(n) < W_s(n),$$

$$E62 : = W(n) + \frac{1}{w_n}; \quad W(n) \geq W_s(n),$$

$$E63 : W_s(n+1) := W_s(n);$$

$$E64 : f(W(n), 0, W_s(n)) = 1;$$

$$E65 : W_s(n+1) := \lfloor \alpha W(n) \rfloor.$$

TCP, Reno

$$E66 : f(W(n), 1) = W(n) + \frac{1}{w_n},$$

$$E67 : f(W(n), 0) = \lfloor \alpha W(n) \rfloor.$$

$$E7 : \forall n \geq 0, \sigma_0(n) = 0; \quad y_i(n) = x_i(n) + \sigma_i(n)$$

$$y_0(n) = y_K(n - w_{n-1}) \oplus d_{K,0}(n - w_{n-1}),$$

$$y_i(n) = [y_{i-1}(n) \oplus d_{i-1,i}(n) \oplus y_i(n-1)] \oplus \sigma_i(n), \quad i = 1, \dots, K.$$

$$Y(n) = (y_1(n), y_2(n), \dots, y_K(n)) \in \mathbb{R}_{\max}^{1,K}$$

$$Z(n) = (Y(n), Y(n-1), \dots, Y(n - w^* + 1))^t \in \mathbb{R}_{\max}^{K, w^*, 1}.$$

$$E8: \quad Z(0) = (0, \dots, 0)^t, \quad Z(n) = A_{w_{n-1}}(n) \otimes Z(n-1), \quad \forall n \geq 1,$$

$$A_1(n) = (M(n) \otimes M'_1(n) | \mathcal{E} | \dots | \mathcal{E}) \oplus D, \quad A_2(n) = (M(n) | M'_2(n) | \mathcal{E} | \dots | \mathcal{E}) \oplus D, \quad \dots, \quad A_{w^*}(n) = (M(n) | \mathcal{E} | \dots | \mathcal{E} | M'_{w^*}(n)) \oplus D.$$

$$M(n): (M(n))_{ij} = \sum_{k=j}^i \sigma_k(n) + \sum_{k=j}^{i-1} d_{k,k+1}(n) \quad [i \geq j]; \quad -\infty \quad [i < j]$$

$$M'_i(n): (M'_i(n))_{ij} = \sum_{k=1}^i (d_{k-1,k}(n) + \sigma_k(n)) + d_{K,0}(n-1) \quad [j = K]; \quad -\infty \quad [j < K]$$

$$E9: \quad ACK(n) = 1 \cdot \left[w_n \leq \frac{S}{\sigma^*} \right]; \quad 0 \cdot \left[w_n > \frac{S}{\sigma^*} \right]$$

$$E10: \quad w^* = \min \{n : \sigma^* n > S\} = \left\lfloor \frac{S}{\sigma^*} \right\rfloor + 1 \leq K + 1.$$

$$E11: \quad \{w_1, w_2, \dots\} = \{1, 2, 2, 3, 3, 3, \dots, \underbrace{w^* - 1, \dots, w^* - 1}_{w^* - 1}, w^*, 1, 2, 2, \dots\}.$$

$$\Rightarrow \quad \forall i \in \{1, \dots, w^* - 1\}, \quad t_i = i; \quad t_{w^*} = 1; \quad T = \frac{w^*(w^* - 1)}{2} + 1$$

$$Z(n \times T + 1) = (A_{w^*} A_{w^* - 1}^{w^* - 1} \dots A_1)^n \otimes A_1 \otimes Z(0).$$

$$\forall i \geq 1,$$

$$A_i^i = \begin{pmatrix} M^i \oplus M' & MM' & \dots & \dots & M^{i-1} M' & \mathcal{E} \dots \\ M^{i-1} & M' & \ddots & \ddots & M^{i-2} M' & \vdots \\ \vdots & \mathcal{E} & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ M^2 & \vdots & \ddots & M' & MM' & \vdots \\ M & \vdots & \vdots & \mathcal{E} & M' & \vdots \\ I_d & \mathcal{E} & \vdots & \vdots & \mathcal{E} & \vdots \\ \mathcal{E} & I_d & \mathcal{E} & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix}$$

$$\forall i \geq 1, \quad \forall n \in \{1, \dots, i-1\},$$

$$A_i^n = \begin{pmatrix} M^n & \mathcal{E} & \dots & \mathcal{E} & M' & \dots & M^{n-1} M' & \mathcal{E} \dots \\ \vdots & \vdots & & & \mathcal{E} & \ddots & \vdots & \vdots \\ M & \vdots & & & \vdots & \ddots & M' & \vdots \\ I_d & \mathcal{E} & \dots & \mathcal{E} & \vdots & \vdots & \mathcal{E} & \vdots \\ \mathcal{E} & I_d & \mathcal{E} \dots \mathcal{E} & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix}$$

$$E12 : \quad \forall n \leq w^* - 1, \\ H = M \otimes (M^n \oplus M') \otimes \dots \otimes (M \oplus M')$$

$$E13 : \quad \lambda = (w^* - 1)S + \sigma^*.$$

$$E14 : \quad \gamma^{-1} = \frac{1}{2} \frac{w^*(w^* - 1) + 2}{(w^* - 1)S + \sigma^*}.$$

$$E15 : \quad \gamma^{-1} = \frac{1}{2} \frac{w^*(w^* - 1) - \lfloor \frac{w^*}{2} \rfloor (\lfloor \frac{w^*}{2} \rfloor - 3)}{(w^* + 1 - \lfloor \frac{w^*}{2} \rfloor)S + (\lfloor \frac{w^*}{2} \rfloor - 1)\sigma^*}.$$

$$E16 : \quad w^* \rightarrow +\infty \Rightarrow \gamma^{-1} \sim \frac{3}{4} \frac{1}{\sigma^*}.$$

$$E17 : \quad \gamma^{-1} = \frac{1}{2} \frac{w^*(w^* - 1) - \lfloor \frac{w^*}{2} \rfloor (\lfloor \frac{w^*}{2} \rfloor - 1) + 2}{(w^* - \lfloor \frac{w^*}{2} \rfloor)S + \sigma^*}.$$

$$w^* \rightarrow +\infty \Rightarrow \gamma^{-1} \sim \frac{3}{4} \frac{1}{\sigma^*}.$$

$$E18 : \quad \begin{aligned} C1 : \quad p_{pertc} &= \frac{2}{w^*(w^* - 1) + 2}, \\ C2 : \quad p_{pertc} &= \frac{2}{w^*(w^* - 1) - \lfloor \frac{w^*}{2} \rfloor (\lfloor \frac{w^*}{2} \rfloor - 3)}, \\ C3 : \quad p_{pertc} &= \frac{2}{w^*(w^* - 1) - \lfloor \frac{w^*}{2} \rfloor (\lfloor \frac{w^*}{2} \rfloor - 1) + 2}. \end{aligned} \Rightarrow C_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} (w^* \rightarrow \infty)$$

$$\left. \begin{aligned} C1 : \quad p_{pertc} &= \frac{2}{w^*(w^* - 1) + 2}, \\ C2 : \quad p_{pertc} &= \frac{2}{w^*(w^* - 1) - \lfloor \frac{w^*}{2} \rfloor (\lfloor \frac{w^*}{2} \rfloor - 3)}, \\ C3 : \quad p_{pertc} &= \frac{2}{w^*(w^* - 1) - \lfloor \frac{w^*}{2} \rfloor (\lfloor \frac{w^*}{2} \rfloor - 1) + 2}. \end{aligned} \right\} C_0 = \sqrt{\frac{3}{2}} (w^* \rightarrow \infty)$$

$$E19 : \quad S = d_{K,0} + \sum_{k=1}^K \sigma_k + d_{k-1,k}.$$

$$E20 : \quad \Delta = \{S - (k-1)\sigma^*, k = 1, \dots, w^* - 1\} \cup \{\sigma^*\}.$$

$$A = \{y_K(n+1) - y_K(n)\}_{n \in \mathbb{N}}$$

$$E21 : \quad h(W(n)) = W(n) + \frac{1}{w_n}; \quad p_0 = 0.$$

$$E22 : \quad q(k) = \frac{p_+^{\frac{h(k+1)}{2}-1} p_-}{1 - p_+^{\frac{w^*(w^*-1)}{2}+1}}; \quad \gamma^{-1} = \frac{1}{\sigma^* + \sum_{k=1}^{w^*-1} [S - k\sigma^*] q(k)},$$

$$\left. \begin{aligned} w^* \rightarrow \infty, \\ p_- \sim \frac{2}{(w^*)^2}, \end{aligned} \right\} \Rightarrow \gamma^{-1} \sim \left(\frac{1 - e^{-1}}{2 \int_0^1 e^{-t^2} dt} \right) \frac{1}{\sigma^*} \simeq 0.42 \frac{1}{\sigma^*}.$$

$$E 23 : \quad ACK(n) = 1, \text{ if } w_n < b + \frac{S}{\sigma^*}, \quad 0, \text{ if } w_n \geq b + \frac{S}{\sigma^*}.$$

$$E 24 : \quad \begin{aligned} \sigma^*(n) &= \max_{1 \leq i \leq K} \sigma_i(n) \\ S(n) &= \sum_{i=1}^K \sigma_i(n) \\ S &= \sup\{S(n)\} ; \quad \sigma^* = \sup\{\sigma^*(n)\} ; \quad r(n) = \frac{S(n)}{\sigma^*(n)} ; \quad w^* = b + \sup\{r(n)\} \end{aligned}$$

$$ACK(n) =$$

$$1, \quad w_n < b + r(n),$$

$$0, \quad w_n \geq b + r(n).$$

$$E 25 : \quad \gamma^{-1} = \frac{\frac{b(b+1)}{2} + \sum_{k=1}^K \sum_{i=0}^{b+k-1} p_{ki} (i+1 + \sum_{j=1}^{k-1} (b+j))}{\sum_{k=1}^K \sum_{i=0}^{b+k-1} p_{ki} E \left[\left(B \left(\frac{b(b+1)}{2} + i+1 + \sum_{j=1}^{k-1} (b+j) \right) \otimes 0 \right)_K \right]},$$

$$p_{ki} = \left(\prod_{j=1}^{k-1} P(r(n) > j)^{b+j} \right) P(r(n) > k)^i P(r(n) \leq k).$$

E 26 :

$$\begin{aligned} P(T_1 > n, Z_n = z) &= P(\cap_{k=1}^n \{y_K(k) - y_K(k - w_{k-1}) < TO, Z_n = z\}) \\ &= \sum_{z' \in \Delta} P(\cap_{k=1}^n \{y_K(k) - y_K(k - w_{k-1}) < TO, Z_{n-1} = z', Z_n = z\}) \\ &= \sum_{z' \in \Delta} P(Z_n = z, y_K(n) - y_K(w_{n-1}) < TO \mid Z_{n-1} = z') P(T_1 > n-1, Z_{n-1} = z'). \end{aligned}$$

$$E 27 : \quad \lim_{n \rightarrow \infty} P((y_K(n+1) - y_K(n))^{-1} \leq x) = \sum_{\alpha \in \Delta} 1_{\{\alpha \geq 1/x\}} \pi(\alpha)$$

$$E 28 : \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N P(y_K(n) - y_K(n - w_{n-1}) \leq x)$$

ANNEXE II

- [1] Altman, E., Bolot, J., Nain, P., Elouadghiri, D., Erramdani, M., Brown, P. and Collange, D. (1997) Performance Modeling of TCP/IP in a Wide-Area Network. *INRIA Report*, March, N° 3142, INRIA.
- [2] Baccelli, F., Cohen, G. Olsder, G.J. and Quadrat, J.P. (1992) *Synchronization and Linearity*, Wiley.
- [3] Baccelli, F. and Hong, D. (1998) Analytic Expansions of $(\max, +)$ Lyapunov Exponents. *INRIA Report*, May, N° 3427, INRIA Sophia-Antipolis, *To appear in Annals of Appl. Prob.*
- [4] Baccelli, F., Gaubert, S., Hong, D. (1999) Representation and Expansion of (\max, Plus) -Lyapunov Exponents. *Proc. of 37th Annual Allerton Conf. on Communication, Control and Computing*, September, Allerton Park.
- [5] Baccelli, F., Bonald, T. (1999) Window flow control in FIFO networks with cross traffic. *Queueing Systems*, 32, 195-231.
- [6] Chang, C.S. (1999) *Performance guarantees in Communication Networks*. Springer Verlag.
- [7] Chaintreau, A., Baccelli, F., Diot, C. (2000) Impact of Network Delay Variation on Multicast Sessions Performance With TCP-like Congestion Control, *soumission SIGCOMM 2000*.
- [8] Hong, D. (1999) Equality of the maximum and minimum throughputs of irreducible stochastic \max -plus linear systems. *In preparation*.
- [9] Keshav, S. (1997) *An engineering approach to computer networking*. Addison-Wesley Professional Computing Series.
- [10] Lakshman, T.V., Madhow, U. (1997) The performance of TCP/IP for networks with high bandwidth-delay products and random loss. *IEEE/ACM Trans. Networking*, June.
- [11] Mathis, M. Semske, J. Mahdavi, J and Ott, T. (1997) The Macroscopic Behavior of the TCP Congestion Avoidance Algorithm. *Computer Communication Review*, 27(3), July.
- [12] Padhye, J., Firiou, V., Towsley, D. and Kurose, J. (1998) Modeling TCP throughput: a simple model and its empirical validation. *Proc. of ACM SIGCOMM*.
- [13] Padhye, J., Firiou, V., Towsley, D. (1999) A Stochastic Model of TCP Reno Congestion Avoidance and Control. *Technical Report*, 99-02, CMPSCI, Univ. of Massachusetts, Amherst.

Revendications

1. Dispositif d'aide à la surveillance et/ou de simulation d'un système complexe, notamment d'un réseau de communication, caractérisé en ce qu'il comprend:

- une mémoire (ROM, RAM) pour stocker de premières données représentatives de paramètres du réseau, ainsi que pour recevoir au moins de secondes données représentatives d'événements dans le réseau, une portion de ladite mémoire étant réservée au stockage de données sous forme matricielle,
- un module de calcul (CAL), apte à effectuer sur au moins deux matrices de structure dynamiquement variable, une opération formant produit selon l'algèbre dite MAX-PLUS,
- un module de modélisation (MOD) pour construire au moins une première matrice ($Z(n)$) et une matrice courante ($A(n)$) respectivement en fonction des premières données et des secondes données, selon un modèle choisi, et
- un module pilote (PIL) pour appliquer répétitivement la première matrice et la matrice courante au module de calcul, la matrice produit obtenue ($Z(n+1)$) devenant une nouvelle première matrice.

2. Dispositif selon la revendication 1, caractérisé en ce que les premières données comprennent des données relatives à la topologie du réseau.

3. Dispositif selon la revendication 2, caractérisé en ce que les premières données comprennent le nombre (K) de routeurs du réseau traversés par une connexion à surveiller ou à simuler et des propriétés desdits routeurs.

4. Dispositif selon la revendication 3, caractérisé en ce que les premières données comprennent des tailles mémoire des routeurs (b_k).

5. Dispositif selon l'une des revendications 2 à 4, caractérisé en ce que les premières données comprennent des propriétés statistiques des trafics offerts dans le réseau.

6. Dispositif selon l'une des revendications précédentes, caractérisé en ce que le module de modélisation comprend :

- un sous-module de modélisation statique (ST), pour construire la première matrice en fonction des premières données, et

- un sous-module de modélisation dynamique (DYN), pour construire au moins une matrice courante en fonction des secondes données.

7. Dispositif selon l'une des revendications précédentes, caractérisé en ce que les secondes données comprennent des informations relatives à des pertes (p_- , p_+) dans le réseau.

8. Dispositif selon l'une des revendications précédentes, caractérisé en ce que les secondes données comprennent des informations relatives à des flux transverses dans le réseau, par rapport à une connexion contrôlée à surveiller ou à simuler.

9. Dispositif selon l'une des revendications 7 et 8, caractérisé en ce que les secondes données comprennent des informations relatives à des congestions dans le réseau.

10. Dispositif selon l'une des revendications 7 à 9, caractérisé en ce que les secondes données comprennent des informations relatives à des dépassements de délais (T_0) dans le réseau.

11. Dispositif selon l'une des revendications précédentes, caractérisé en ce que ladite matrice produit est représentative d'un débit dans le réseau associé à la connexion à surveiller ou à simuler.

12. Dispositif selon la revendication 11, caractérisé en ce que ladite matrice produit est représentative d'un débit moyen dans le réseau.

13. Dispositif selon la revendication 11, caractérisé en ce que ladite matrice produit est représentative de fluctuations d'un débit instantané.

- 5 14. Dispositif selon l'une des revendications précédentes, caractérisé en ce que le module de modélisation est agencé pour construire une pluralité de matrices, en nombre correspondant sensiblement au nombre de paquets dans le réseau.
- 10 15. Dispositif selon l'une des revendications précédentes, caractérisé en ce que ledit modèle choisi comprend la considération de la taille variable d'une fenêtre (w_n) utilisée pour contrôler le nombre de paquets dans le réseau.
- 15 16. Dispositif selon la revendication 15, caractérisé en ce que ledit modèle choisi comprend la considération d'un réseau comprenant des routeurs à discipline de type "premier arrivé premier servi".
- 20 17. Dispositif selon l'une des revendications 15 et 16, caractérisé en ce que ledit modèle choisi comprend la considération d'un réseau comprenant des routeurs à discipline de type WFQ.
- 25 18. Dispositif selon l'une des revendications précédentes, caractérisé en ce que le modèle choisi comprend la considération d'un réseau contrôlé par un protocole de type TCP.
- 30 19. Dispositif selon l'une des revendications 15 à 18, caractérisé en ce que ledit modèle choisi comprend la considération d'un service (s) déterministe.
- 35 20. Dispositif selon l'une des revendications 15 à 18, caractérisé en ce que ledit modèle choisi comprend la considération d'un service (s) aléatoire.

21. Dispositif selon l'une des revendications précédentes, caractérisé en ce que la matrice courante au moins comporte des coefficients (A_{ik}) dynamiquement variables.

5 22. Dispositif selon l'une des revendications précédentes, caractérisé en ce que la matrice produit obtenue est un vecteur représenté par une matrice à colonne unique ($Z(n)$).

10 23. Procédé d'aide à la surveillance d'un système complexe, notamment d'un réseau de communication, caractérisé en ce qu'il comprend les étapes suivantes :

a) obtenir des premières données représentatives de paramètres du réseau,

15 b) construire une première matrice ($Z(n)$), selon un modèle choisi, en fonction desdites premières données,

c) recevoir, à un instant choisi, au moins de secondes données représentatives d'événements dans le réseau,

20 d) construire au moins une seconde matrice ($A(n)$) de structure dynamiquement variable, selon le modèle choisi, en fonction des secondes données, et

e) effectuer sur lesdites matrices une opération formant produit selon l'algèbre dite MAX-PLUS, la matrice produit obtenue ($Z(n+1)$) étant représentative de l'état du réseau audit instant choisi.

25

24. Procédé selon la revendication 23, caractérisé en ce qu'il comporte en outre l'étape suivante :

f) répéter, à des instants choisis, les étapes c), d) et e), tandis que la matrice produit obtenue devient la première

30 matrice après l'étape e),
ce qui permet de suivre une évolution temporelle de l'état du réseau auxdits instants choisis.

35 25. Procédé de simulation d'un système complexe, notamment de mécanismes et de contrôles de flux et de congestions dans un réseau de communication, caractérisé en ce qu'il comprend les étapes suivantes :

a) obtenir des premières données représentatives de paramètres propres au réseau,

- b) construire une première matrice ($Z(n)$), selon un modèle choisi, en fonction desdites premières données,
c) simuler des événements dans le réseau et prévoir au moins de secondes données représentatives desdits événements,
5 d) construire au moins une seconde matrice ($A(n)$) selon le modèle choisi, en fonction desdites secondes données, et
e) effectuer sur lesdites matrices une opération formant produit selon l'algèbre dite MAX-PLUS, la matrice produit obtenue ($Z(n+1)$) étant représentative d'un état du réseau
10 subissant lesdits événements.

26. Procédé selon la revendication 25, caractérisé en ce qu'il comporte en outre l'étape suivante :

- f) répéter, pour des événements successifs, les étapes c), d)
15 et e), tandis que la matrice produit obtenue devient la première matrice après l'étape e),
ce qui permet de prévoir une évolution de l'état du réseau en fonction desdits événements.

1/6

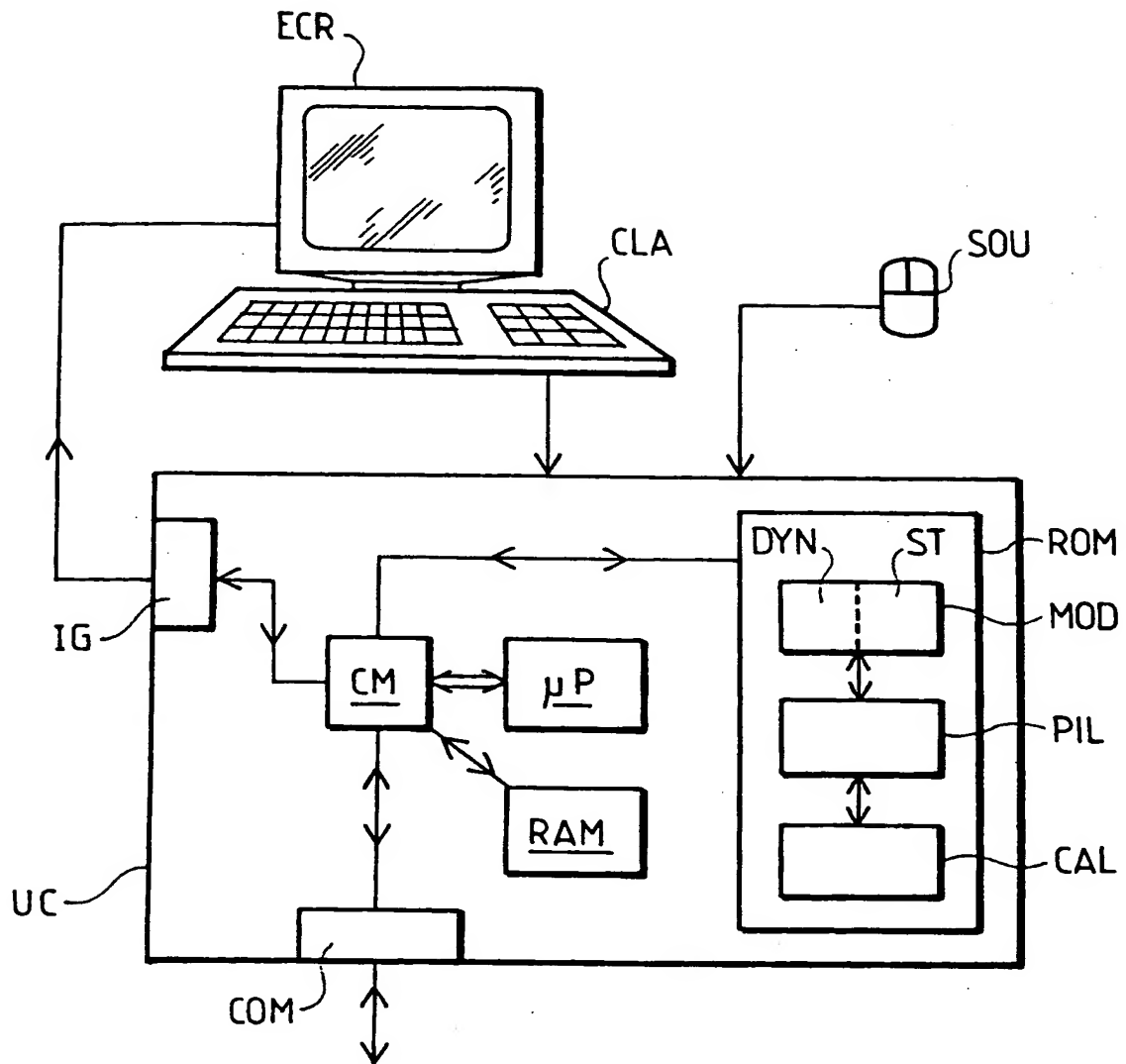


FIG. 1A

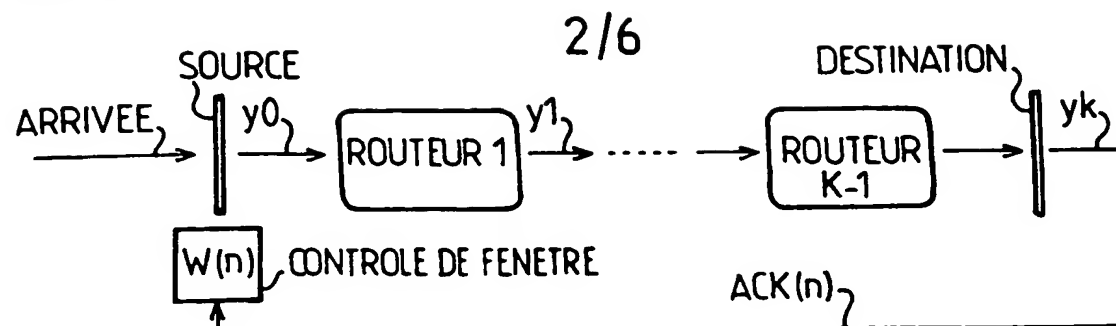


FIG.1

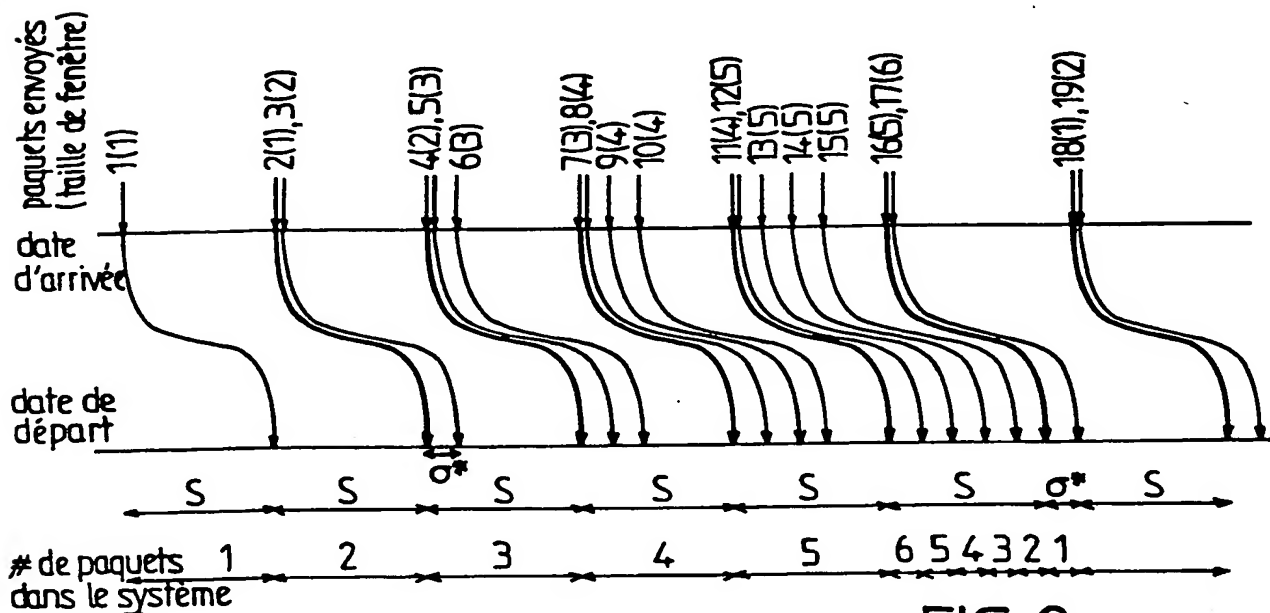


FIG.2

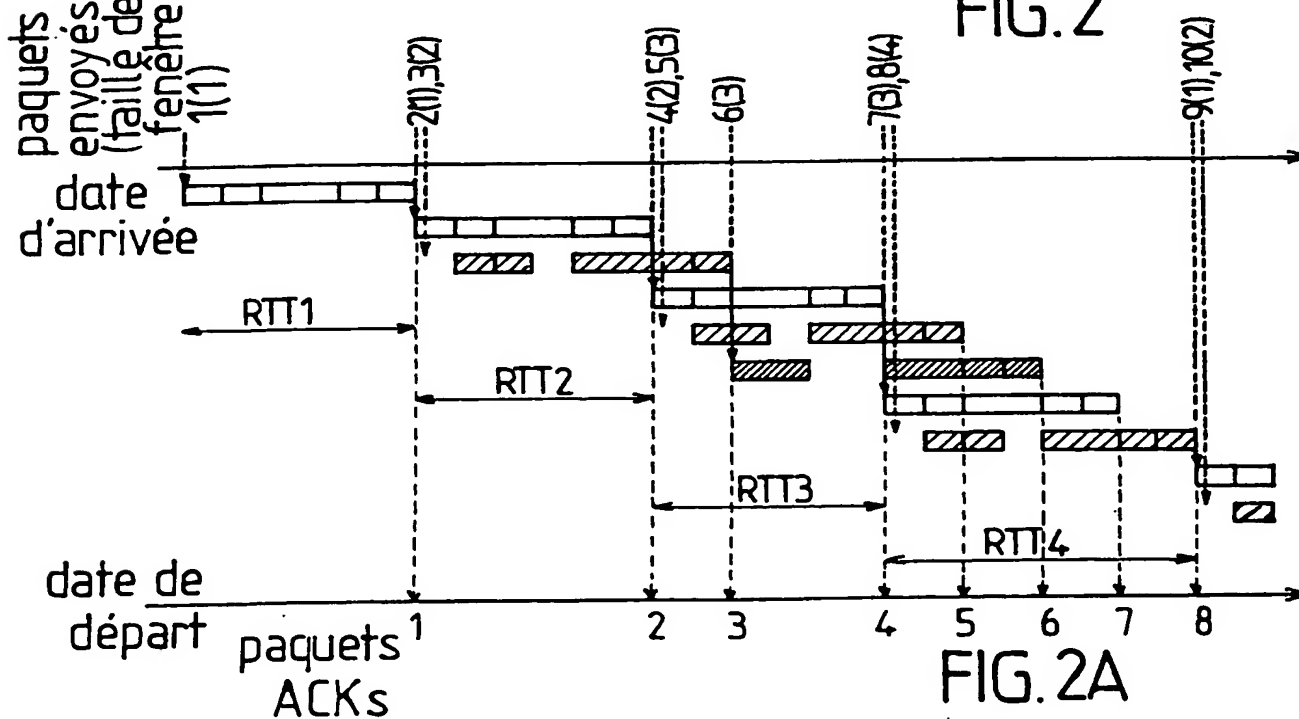


FIG. 2A

3/6

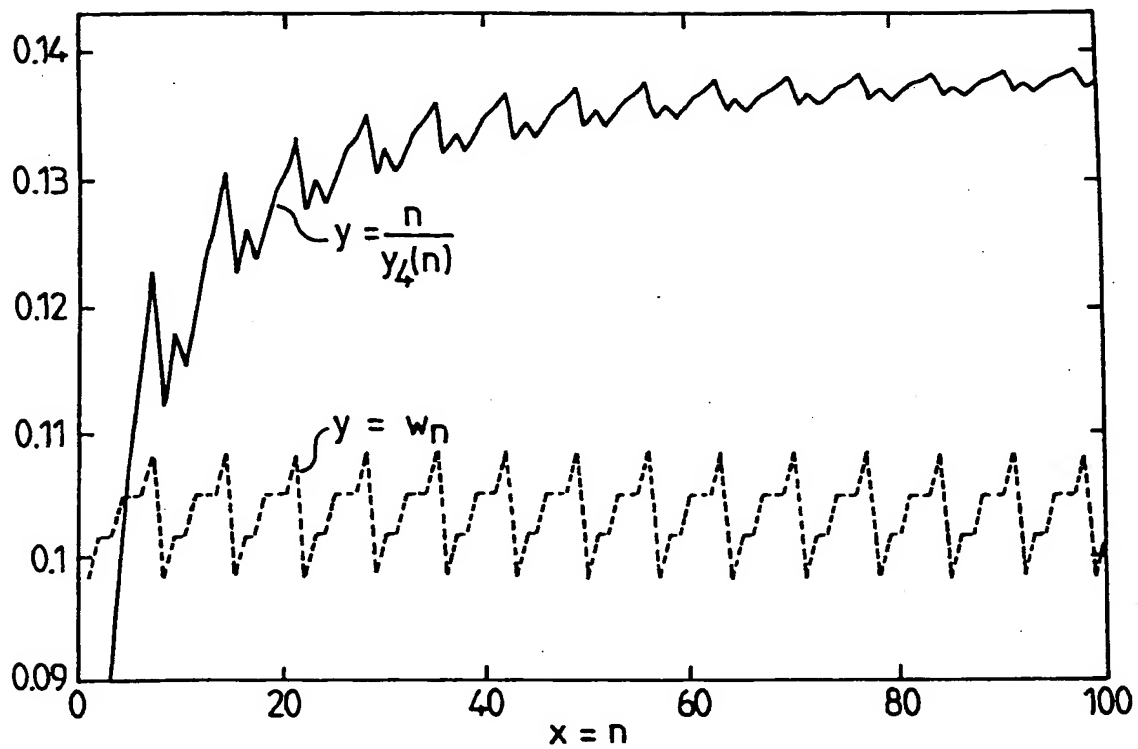


FIG.3

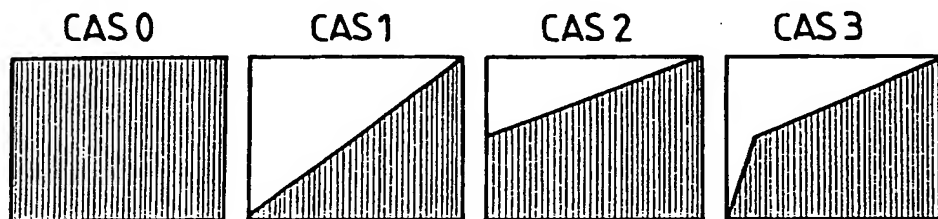


FIG.4

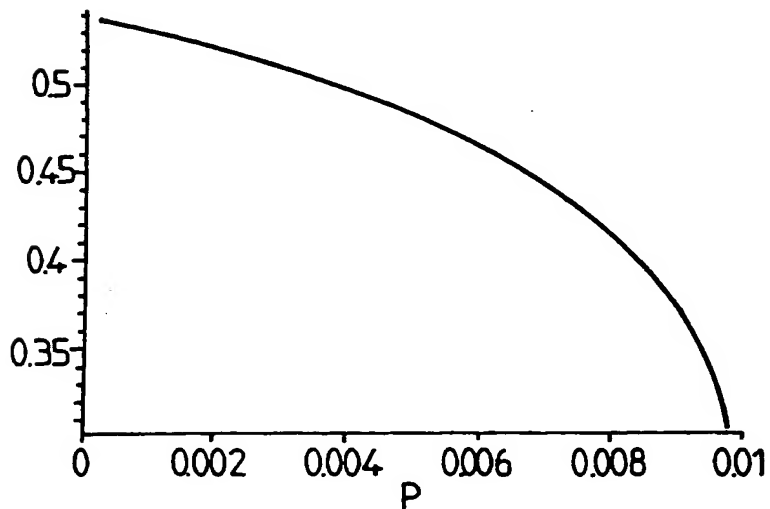


FIG.5

4/6

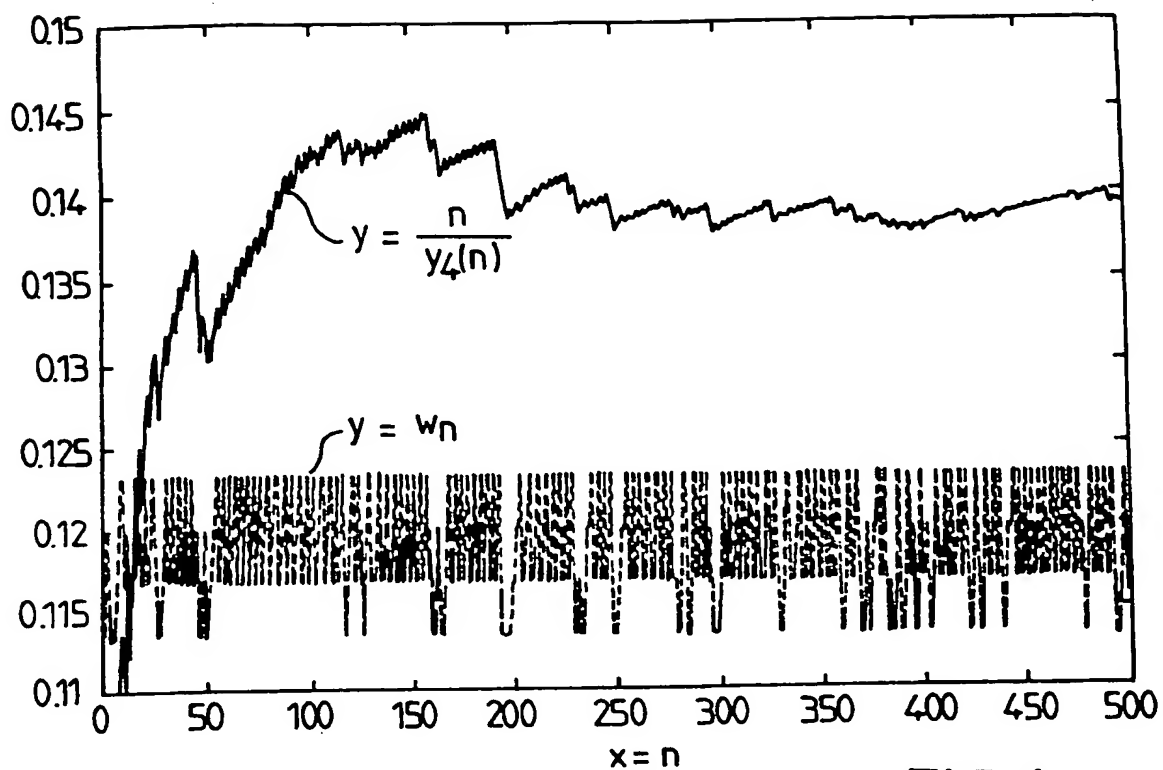


FIG. 6

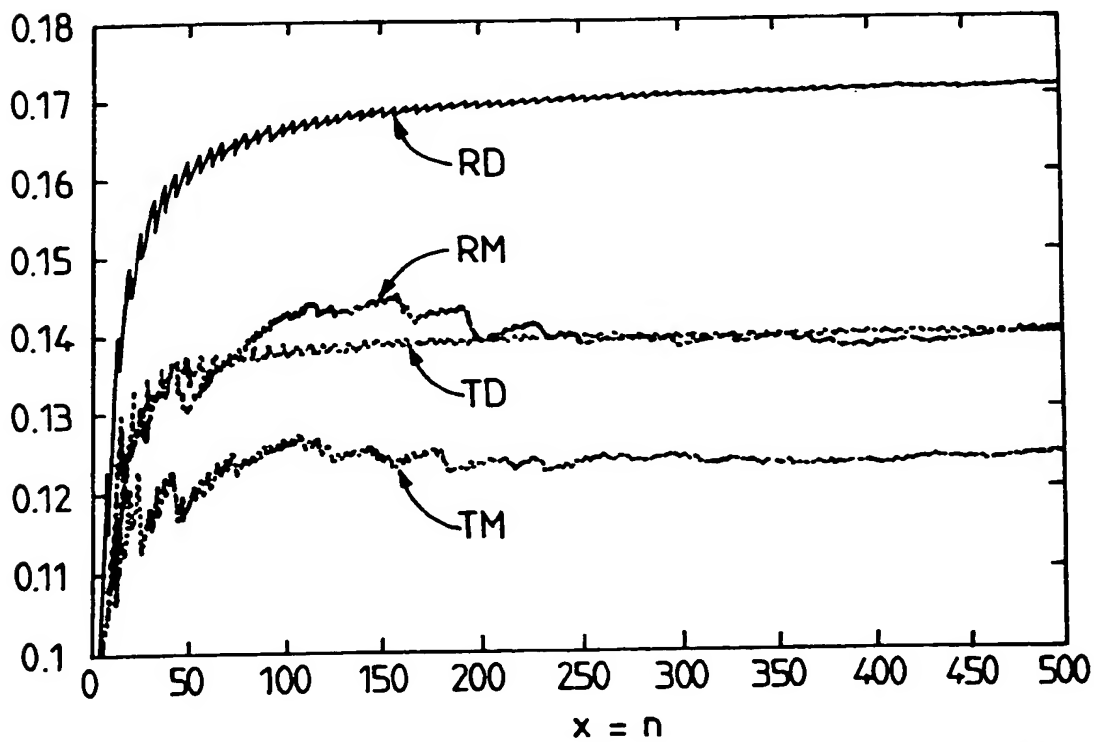


FIG. 7

5/6

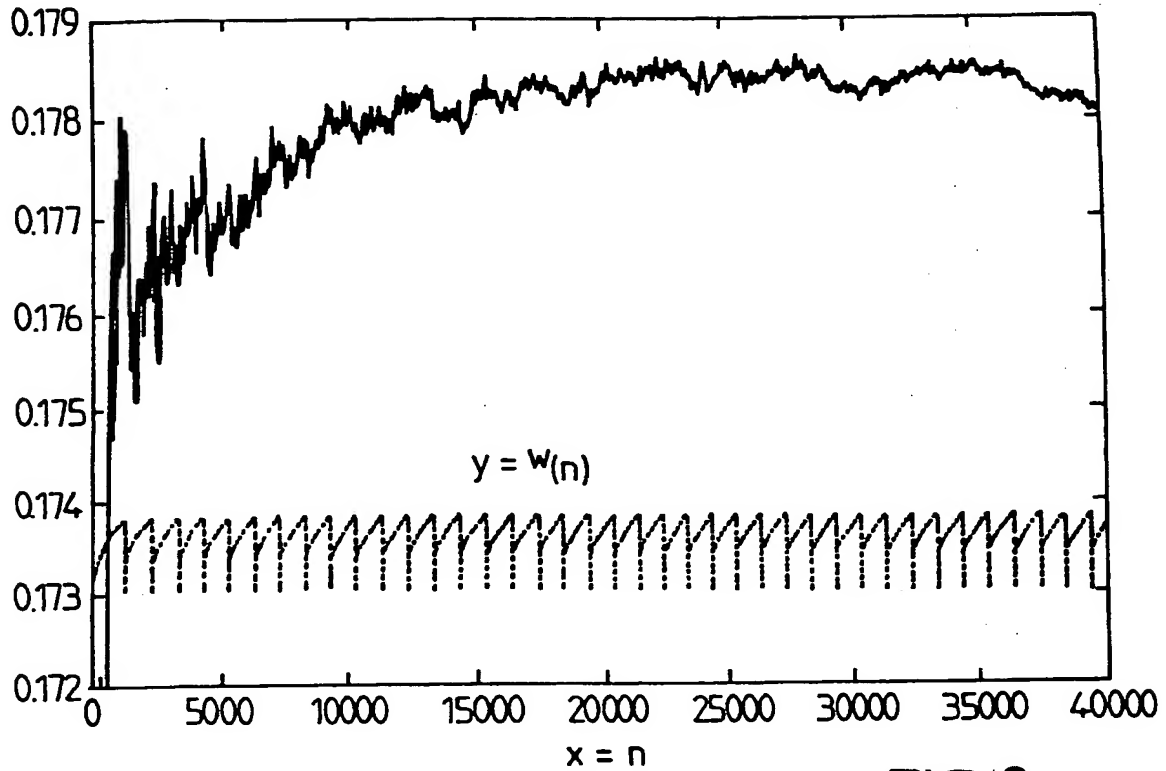


FIG. 8

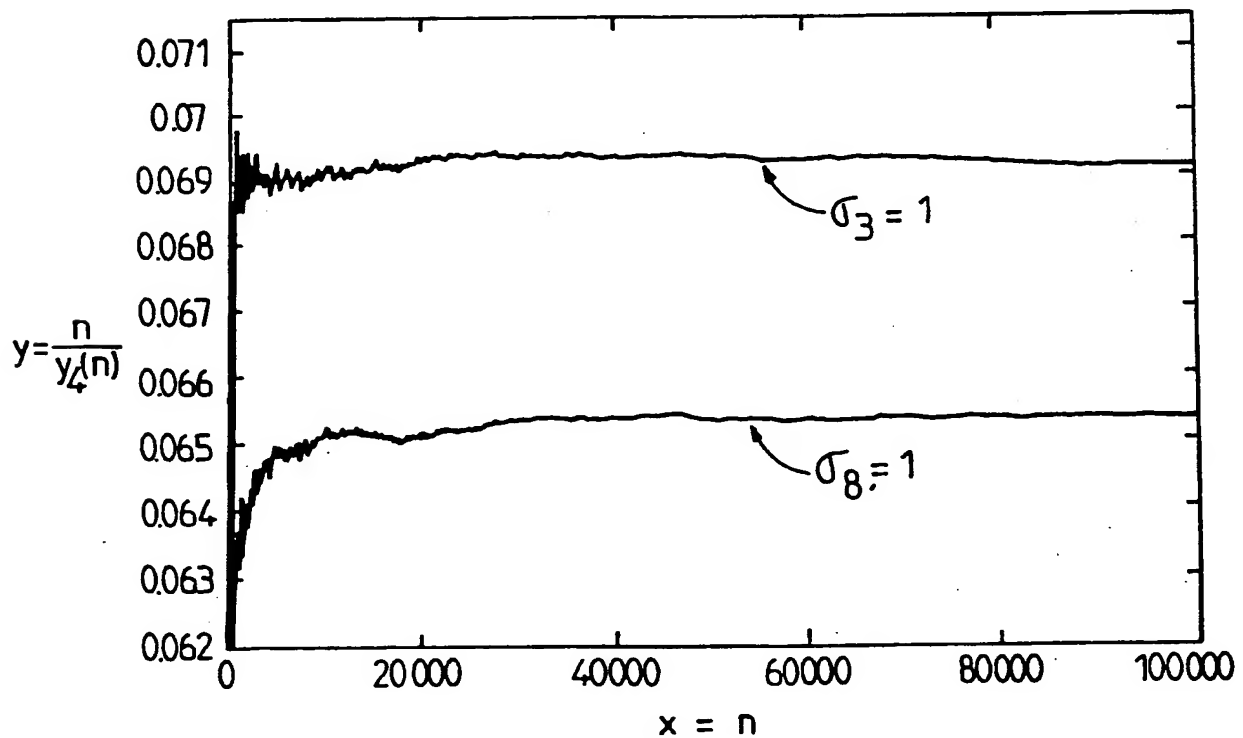


FIG. 9

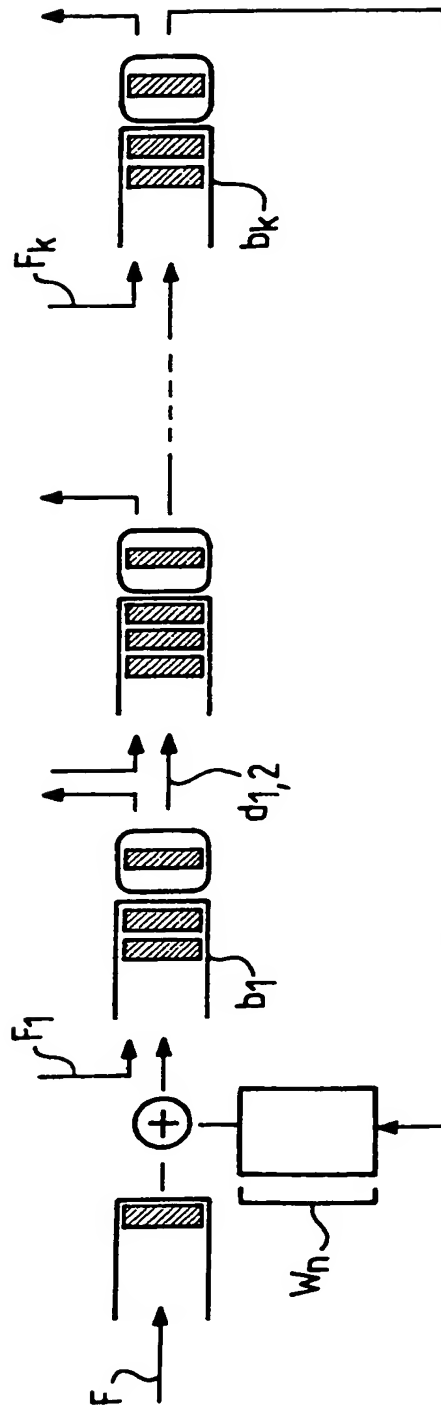


FIG.10

INTERNATIONAL SEARCH REPORT

International Application No
PCT/FR 01/00579

A. CLASSIFICATION OF SUBJECT MATTER
IPC 7 H04L12/24 H04L12/26

According to International Patent Classification (IPC) or to both national classification and IPC

B. FIELDS SEARCHED

Minimum documentation searched (classification system followed by classification symbols)
IPC 7 H04L G06F H04Q

Documentation searched other than minimum documentation to the extent that such documents are included in the fields searched

Electronic data base consulted during the international search (name of data base and, where practical, search terms used)

EPO-Internal, WPI Data, PAJ, INSPEC, COMPENDEX, IBM-TDB

C. DOCUMENTS CONSIDERED TO BE RELEVANT

Category *	Citation of document, with indication, where appropriate, of the relevant passages	Relevant to claim No.
A	NL 1 004 296 C (NEDERLAND PTT) 20 April 1998 (1998-04-20) abstract page 1, line 1 -page 6, line 2	1,23,25
A	CHENG-SHANG CHANG: "On the exponentiality of stochastic linear systems under the max-plus algebra" IEEE TRANS. AUTOM. CONTROL, August 1996 (1996-08), pages 1182-1188, XP002156399 USA abstract page 1182, left-hand column, line 1 -page 1183, left-hand column, line 13 page 1186, right-hand column, line 20 -page 1188, left-hand column, line 12 -/--	1,23,25

☒ Further documents are listed in the continuation of box C.

☒ Patent family members are listed in annex.

* Special categories of cited documents :

- *A* document defining the general state of the art which is not considered to be of particular relevance
- *E* earlier document but published on or after the international filing date
- *L* document which may throw doubts on priority claim(s) or which is cited to establish the publication date of another citation or other special reason (as specified)
- *O* document referring to an oral disclosure, use, exhibition or other means
- *P* document published prior to the international filing date but later than the priority date claimed

- *T* later document published after the international filing date or priority date and not in conflict with the application but cited to understand the principle or theory underlying the invention
- *X* document of particular relevance; the claimed invention cannot be considered novel or cannot be considered to involve an inventive step when the document is taken alone
- *Y* document of particular relevance; the claimed invention cannot be considered to involve an inventive step when the document is combined with one or more other such documents, such combination being obvious to a person skilled in the art.
- *G* document member of the same patent family

Date of the actual completion of the international search

10 July 2001

Date of mailing of the international search report

17/07/2001

Name and mailing address of the ISA

European Patent Office, P.B. 5818 Patentlaan 2
NL - 2280 HV Rijswijk
Tel. (+31-70) 340-2040, Tx. 31 651 epo nl,
Fax: (+31-70) 340-3016

Authorized officer

Lievens, K

INTERNATIONAL SEARCH REPORT

International Application No

PCT/FR 01/00579

C.(Continuation) DOCUMENTS CONSIDERED TO BE RELEVANT

Category *	Citation of document, with indication, where appropriate, of the relevant passages	Relevant to claim No.
A	DE SCHUTTER B ; DE MOOR B: "Matrix factorization and minimal state space realization in the max-plus algebra" PROCEEDINGS OF THE 1997 AMERICAN CONTROL CONFERENCE (CAT. NO.97CH36041), 4 - 6 June 1997, pages 3136-3140, XP002156400 Albuquerque, NM, USA abstract page 3136, right-hand column, line 3 -page 3137, left-hand column, line 8 ---	1,23,25
A	GIARDINA C R ET AL: "NETWORK MANAGEMENT ALGEBRA" PROCEEDINGS OF THE MILITARY COMMUNICATIONS CONFERENCE. (MILCOM),US,NEW YORK, IEEE, vol. -, 30 September 1990 (1990-09-30), pages 1103-1107, XP000221681 the whole document -----	1,23,25

INTERNATIONAL SEARCH REPORT

Information on patent family members

International Application No.

PCT/FR 01/00579

Patent document cited in search report	Publication date	Patent family member(s)	Publication date
---	---------------------	----------------------------	---------------------

NL 1004296	C	20-04-1998	NONE
------------	---	------------	------

RAPPORT DE RECHERCHE INTERNATIONALE

mande Internationale No
PCT/FR 01/00579

A. CLASSEMENT DE L'OBJET DE LA DEMANDE
CIB 7 H04L12/24 H04L12/26

Selon la classification internationale des brevets (CIB) ou à la fois selon la classification nationale et la CIB

B. DOMAINES SUR LESQUELS LA RECHERCHE A PORTE

Documentation minimale consultée (système de classification suivi des symboles de classement)

CIB 7 H04L G06F H04Q

Documentation consultée autre que la documentation minimale dans la mesure où ces documents relèvent des domaines sur lesquels a porté la recherche

Base de données électronique consultée au cours de la recherche internationale (nom de la base de données, et si réalisable, termes de recherche utilisés)

EPO-Internal, WPI Data, PAJ, INSPEC, COMPENDEX, IBM-TDB

C. DOCUMENTS CONSIDERES COMME PERTINENTS

Catégorie *	Identification des documents cités, avec, le cas échéant, l'indication des passages pertinents	no. des revendications visées
A	NL 1 004 296 C (NEDERLAND PTT) 20 avril 1998 (1998-04-20) abrégé page 1, ligne 1 -page 6, ligne 2 ---	1,23,25
A	CHENG-SHANG CHANG: "On the exponentiality of stochastic linear systems under the max-plus algebra" IEEE TRANS. AUTOM. CONTROL, août 1996 (1996-08), pages 1182-1188, XP002156399 USA abrégé page 1182, colonne de gauche, ligne 1 -page 1183, colonne de gauche, ligne 13 page 1186, colonne de droite, ligne 20 -page 1188, colonne de gauche, ligne 12 --- -/--	1,23,25

☒ Voir la suite du cadre C pour la fin de la liste des documents

☒ Les documents de familles de brevets sont indiqués en annexe

* Catégories spéciales de documents cités:

- *A* document définissant l'état général de la technique, non considéré comme particulièrement pertinent
- *E* document antérieur, mais publié à la date de dépôt international ou après cette date
- *L* document pouvant jeter un doute sur une revendication de priorité ou cité pour déterminer la date de publication d'une autre citation ou pour une raison spéciale (telle qu'indiquée)
- *O* document se référant à une divulgation orale, à un usage, à une exposition ou tous autres moyens
- *P* document publié avant la date de dépôt international, mais postérieurement à la date de priorité revendiquée

T document ultérieur publié après la date de dépôt international ou la date de priorité et n'appartenant pas à l'état de la technique pertinent, mais cité pour comprendre le principe ou la théorie constituant la base de l'invention

X document particulièrement pertinent; l'invention revendiquée ne peut être considérée comme nouvelle ou comme impliquant une activité inventive par rapport au document considéré isolément

Y document particulièrement pertinent; l'invention revendiquée ne peut être considérée comme impliquant une activité inventive lorsque le document est associé à un ou plusieurs autres documents de même nature, cette combinaison étant évidente pour une personne du métier

Z document qui fait partie de la même famille de brevets

Date à laquelle la recherche internationale a été effectivement achevée

10 juillet 2001

Date d'expédition du présent rapport de recherche internationale

17/07/2001

Nom et adresse postale de l'administration chargée de la recherche internationale
Office Européen des Brevets, P.B. 5818 Patentlaan 2
NL - 2280 HV Rijswijk
Tel. (+31-70) 340-2040, Tx. 31 651 epo nl,
Fax: (+31-70) 340-3016

Fonctionnaire autorisé

Lievens, K

C.(suite) DOCUMENTS CONSIDERES COMME PERTINENTS		
Catégorie	Identification des documents cités, avec, le cas échéant, l'indication des passages pertinents	no. des revendications visées
A	DE SCHUTTER B ; DE MOOR B: "Matrix factorization and minimal state space realization in the max-plus algebra" PROCEEDINGS OF THE 1997 AMERICAN CONTROL CONFERENCE (CAT. NO.97CH36041), 4 - 6 juin 1997, pages 3136-3140, XP002156400 Albuquerque, NM, USA abrégé page 3136, colonne de droite, ligne 3 -page 3137, colonne de gauche, ligne 8 -----	1,23,25
A	GIARDINA C R ET AL: "NETWORK MANAGEMENT ALGEBRA" PROCEEDINGS OF THE MILITARY COMMUNICATIONS CONFERENCE. (MILCOM), US, NEW YORK, IEEE, vol. -, 30 septembre 1990 (1990-09-30), pages 1103-1107, XP000221681 le document en entier -----	1,23,25

RAPPORT DE RECHERCHE INTERNATIONALE

Renseignements relatifs aux membres de familles de brevets

mande Internationale No

PCT/FR 01/00579

Document brevet cité au rapport de recherche	Date de publication	Membre(s) de la famille de brevet(s)	Date de publication
NL 1004296 C	20-04-1998	AUCUN	

THIS PAGE BLANK (USPTO)